ISNN:2181-1296



SHAROF RASHIDOV NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

САМАРКАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ШАРОФА РАШИДОВА

SAMARKAND STATE UNIVERSITY NAMED AFTER SHAROF RASHIDOV

ILMIY AXBOROTNOMA

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК
SCIENTIFIC JOURNAL

ANIQ VA TABIIY FANLAR SERIYASI

Matematika, Mexanika, Informatika
Fizika, Kimyo, Biologiya, Geografiya

№ 1/1 (143)
2024

ISSN 2181-1296

ILMIY AXBOROTNOMA

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК SCIENTIFIC JOURNAL

2024-yil, 1-son (143/1) **ANIQ VA TABIY FANLAR SERIYASI**

Matematika, Mexanika, Informatika, Fizika, Kimyo, Biologiya, Geografiya

Samarqand viloyat matbuot boshqarmasida ro‘yxatdan o‘tish tartibi 09-25.
Jurnal 1999-yildan chop qilina boshlagan va OAK ro‘yxatiga kiritilgan.

BOSH MUHARRIR **R. I. XALMURADOV, t.f.d., professor**
BOSH MUHARRIR O‘RINBOSARLARI: **H.A. XUSHVAQTOV, f-m.f.d., dotsent**
A. M. NASIMOV, t.f.d., professor

TAHRIRIYAT KENGASHI:

SH.A.ALIMOV	- O‘zFA akademigi	**M.X.ASHUROV**	- O‘zFA akademigi
S.N.LAKAYEV	- O‘zFA akademigi (SamDU)	**B.J.AXMEDOV**	- O‘zFA akademigi
A.G.YAGOLA	- Moskva davlat universiteti professori (Rossiya)	**A.A.ZAXIDOV**	-Texas Nanotexnologiya instituti professori (AQSh)
ALBERTO DEL BIMBO	- Florensiya universiteti professori (Italiya)	**N.B. FERAPONTOV**	- Moskva davlat universiteti professori (Rossiya)
SH.TUGIZOV	- Kaliforniya universiteti professori (AQSh)	**K.G.TOKHADZE**	- Sankt Peterburg davlat universiteti professori (Rossiya)
A.S.SOLEEV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)	**N.F.BUNKIN**	- Moskva davlat texnika universiteti professori (Rossiya)
I.A.IKROMOV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)	**HAJI AKBER AISA**	-Xinjiang tibbiyot universiteti professori (Xitoy)
B.X.XO‘JAYAROV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)	**E. A. ABDURAXMONOV**	- k.f.d., professor (SamDU)
X.X.XUDOYNAZAROV	- t.f.d., professor (SamDU)	**N. K. MUXAMADIYEV**	- k.f.d., professor (SamDU)
L.SABIROV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)	**L. A. BULAVIN**	- Kiev milliy universiteti professori, Ukraina
A.JUMABOYEV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)	**X. Q. XAYDAROV**	- b.f.d., professor (SamDU)
X.BOZOROV	- k.f.d., professor (SamDU)	**Z. I. IZZATULLAYEV**	- b.f.d., professor (SamDU)
O.Q.QUVONDIQOV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)	**Sh. T. XOLIQULOV**	- g.f.d., professor (SamDU)
A.SH.YARMUXAMEDOV	- f.-m.f.n., (SamDU)	**S. B. ABBOSOV**	- g.f.d., professor (SamDU)
D.B.XURSANOV	- g.f.f.d., dotsent (SamDU)	**X.S.XAYDAROV**	-f-m.f.n., dotsent (SamDU)

Obuna indeksi – yakka tartibdagi obunachilar uchun **- 5583,**
tashkilot, korxonalar uchun **- 5584**

M U N D A R I J A
C O N T E N T S

№	Maqola nomi	Article title	Bet/ page
1	Режимы стохастики в некоторых моделях теплопроводости и самоорганизации при периодических возмущениях. **Солеев А.С., Розет И.Г., Мухтаров Я.**	Modes of stochastics modes in some models of thermal conductivity and self-organization under periodic perturbations. **Soleev A.S, Rozet I.G, Mukhtarov Ya.**	**5-11**
2	Kichik molekulali donor asosidagi organik quyosh elementlar faol qatlamining strukturaviy xususiyatlari. **Kuvondikov V.O., Zaxidov E.A., Nematov Sh.K., Saparbayev A.A., Shuguang W., Turg‘unboyev A.Y.**	Structural characteristics of the active layer of organic solar cells based on small molecular donors. **Kuvondikov V.O., Zakhidov E.A., Nematov Sh.K., Saparbaev A.A., Shuguang W., Turgunbaev A.Y.**	**12-17**
3	Sintezlangan ikki o‘lchamli MoTe2 maydoniy effektli tranzistorining optik-elektrik xususiyatlari. **Saidov K., Ruzimuradov O.**	Enhanced opto-electrical characteristics of the synthesized two-dimensional MoTe2 field-effect-transistor. **Saidov K., Ruzimuradov O.**	**18-22**
4	Bir bosqichli sovutish mashinalarning sovutuvchi agentlarini hisoblash, ularni tahlil qilish va kompressorning haqiqiy sovutish quvvatini aniqlash. **Norqulov J., Ibodullayev M., Yo‘lliyev Sh., Xonto‘rayev S., Azimov R.**	Calculation of refrigerant agents of single-stage refrigeration machines, their analysis and determination of the actual cooling capacity of the compressor. **Norkulov J., Ibodullayev M., Yulliyev Sh., Khonturayev S., Azimov R.**	**23-30**
5	Manba ta’siri va o‘zgaruvchan zichlikka ega divergent diffuziya jarayonini ifodalovchi parabolik tenglama uchun Koshi masalasining yechimlari sifat xossalari. **Djabbarov O.R, Karimov M.M., Zaripova A.R, Nizomiddinova G.**	Qualitative properties of solutions of the Cauchy problem for the parabolic equation representing the divergent diffusion process with source effects and variable density. **Djabbarov O.R, Karimov M.M., Zaripova A.R, Nizomiddinova G.**	**31-36**
6	Ускорении итерационных процессов при решении уравнения дирака. **Абдуназаров Р.**	Efficient iterative method for solving the dirac equation. **Abdunazarov R.**	**37-43**
7	Qo‘shimcha hadli kompleks modiftsrlangan Korteveg-de Friz tenglamasini integrallash. **Mannonov G., Kuyanbayeva K., Bulakova F.**	Integration of a Nonlinear Complex Modified Korteweg–De Vries Equation with Additional Terms. **Mannonov G., Kuyanbayeva K., Bulakova F.**	**44-53**
8	Краевая задача для уравнения смешанного параболо-эллиптико-гиперболического типа с оператором Герасимова-Капуто в прямоугольной области. **Исломов Б.И., Убайдуллаев У.Ш.**	Boundary value problem for an equation of mixed parabolic-elliptic-hyperbolic type with the Gerasimov-Caputo operator in a rectangular domain. **Islomov B.I., Ubaydullayev U.Sh.**	**54-60**
9	Qoraqalpog‘iston Respublikasi hududidagi oykonimlarning tarixiy o‘zgaruvchanligi va turg‘unligini baholash. **Baltabayev O.O.**	Evaluation of the historical variability and stability of oikonym in the territory of the Republic of Karakalpakstan. **Baltabayev O.O.**	**61-67**

10	Рамановская спектрометрия и рентгенофлуоресцентный анализ в исследованиях древней настенной живописи Центральной Азии. **Шаронов И.А., Алибеков А.С., Джумабоев А., Иванов А.К., Реутова М.А., Холикулов У.А.**	Raman spectrometry and X-ray fluorescence analysis in studies of ancient wall paintings of Central Asia. **Sharonov I.A., Alibekov A.S., Djumaboyev A., Ivanov A.K., Reutova M.A., Kholikulov U.A.**	**68-75**
11	Panjaradagi ikki-bozonli sistema hamiltonianining bog‘langan holatlari mavjudligi. **Azizova M.A.**	The existence of bound states of the hamiltonian of a system of two identical bosons on the two-dimensional lattice. **Azizova M.A.**	**76-81**
12	Aholining hududiy tashkil etilishini tadqiq etish usullari. **Abduvaliyev X., Ahmadaliyev Y.**	Methods for studying the territorial organization of the population. **Abduvaliyev Kh., Ahmadaliyev Y.**	**82-87**
13	Zarafshon daryosining fraktal o‘lchovini kublar usulida aniqlash. **Saidkulov E., Mirsaidov B., Xaqberdiyev S.**	Determining the fractal dimension of the zarafshan river by the cube method. **Saidkulov E., Mirsaidov B., Khakberdiyev S.**	**88-96**
14	Murakkab holatdagi biologik populyatsiya jarayonlari uchun sifat xossalari. **Mamatov A.U.**	Qualitative properties for complex biological population processes. **Mamatov A.U.**	**97-102**
15	O‘ziga o‘xshash fraktal tuzilmalarni geometrik modellashtirish. **Jabbarov J.S., Mukhtorov D.N., Mustaffaqulov M.A., Baxromov A.B.**	Geometric modeling of self-similar fractal structures. **Jabbarov J.S., Mukhtorov D.N., Mustaffakulov M.A., Bakhromov A.B.**	**103-110**
16	Oksikislotalar asosida rezorbsiyalanuvchan biotibbiy materiallar olish. **Muzaffarova B.B., Xudaynazarov J.O., Erkinov M.Sh., Qo‘chqorova D.B., Sayfullayev Q.A., Tillaev S.U**.	Obtaining resorbible biomedical materials based on oxyacids. **Muzaffarova B.B., Khudaynazarov J.O., Erkinov M.Sh., Kuchqorova D.B., Sayfullayev Q.A., Tillaev S.U**.	**111-116**
17	O‘zbekistonda shahar aholi manzilgohlarining joylashishi va rivojlanishi. **Usmonov A.U.**	Location and development of urban settlement in Uzbekistan. **Usmonov A.U.**	**117-122**
18	ZnO/SiO_2 nanokompozit yupqa plyonkalarning zol-gel sintezi. **Usmonova H.I., Uzoqov J.R., Muxamadiyev A.N., Muxamadiyev N.Q.**	Zol-gel synthesis of thin films of ZnO/SiO2 nanocomposite. **Usmonova H.I., Uzoqov J.R., Mukhamadiyev A.N., Mukhamadiyev N.K.**	**123-128**
19	Yuqori asosli katalitik sistemada atsetilen diollari sintezi. **Otamuxamedova G.Q., Ziyadullayev O.E., Bo‘riyev F.X., Boytemirov O.E., Ablakulov L.Q.**	Synthesis of acetylene diols in a high basic catalytic system. **Otamuxamedova G.Q., Ziyadullayev O.E., Bo‘riyev F.X., Boytemirov O.E., Ablakulov L.Q.**	**129-136**

УДК 517.957

УСКОРЕНИИ ИТЕРАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ ДИРАКА

R. Abdunazarov

O‘zbekiston Milliy universiteti Jizzax filiali, Jizzax, O‘zbekiston

R.Abdunazarov O‘zbekiston Milliy universiteti Jizzax filiali, Jizzax, O‘zbekiston
E-mail: rabimkulabdunazarov@gmail.com

Kelib tushgan: 12.02.2024
Ko‘rib chiqildi: 28.02.2024
Qabul qilindi: 04.03.2024
Nashr qilindi: 18.03.2024

Nashriyotchi: Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti.

Аннотация. В данной работе предлагается ускоренный алгоритм решения системы уравнения Дирака. Премуществом данного метода является то, что когда задачи решаются методом последовательного приближения, все члены, в том числе и подинтегральные функции выражаются через экспоненциальной функцией с одинаковыми аргументами.

Ключевые слова: уравнения Дирака, собственные числа, собственные функции системы Дирака, уравнения Вольтерра, метод последовательного приближения, ускоренные алгоритмы решения уравнения Дирака.

Dirak tenglamani yechishda tezlashtirilgan iteratsion jarayonlar

Annotatsiya. Ushbu maqolada Dirak tenglamalar sistemasini yechish uchun tezlashtirilgan algoritm taklif etiladi. Bu usulning afzalligi shundan iboratki, masalalar ketma-ket yaqinlashish usuli bilan yechilganda barcha hadlar, jumladan, integral funksiyalar bir xil argumentlar bilan ko‘rsatkichli funksiya orqali ifodalanadi.

Kalit so‘zlar: Dirak tenglamalari, xos qiymatlari, Dirak sistemasining xos funksiyalari, Volterra tenglamalari, ketma-ket yaqinlashish usuli, Dirak tenglamasini yechishning tezlashtirilgan algoritmlari.

Efficient iterative method for solving the dirac equation

Abstract. This paper proposes an accelerated algorithm for solving the Dirac equation system. The advantage of this method is that when problems are solved by the method of successive approximation, all terms, including integrand functions, are expressed through an exponential function with the same arguments.

Keywords: Dirac equations, eigenvalues, eigenfunctions of the Dirac system, Volterra equations, successive approximation method, accelerated algorithms for solving the Dirac equation.

Рассмотрим уравнение Дирака

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} Y' + \begin{pmatrix} p(x) & q(x) \\ q(x) & -p(x) \end{pmatrix} Y = \lambda Y \qquad Y = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix} \tag{1}$$

с начальными условиями

$$y_1(0) = cos\alpha, \qquad y_2(0) = -sin\alpha, \tag{2}$$

здесь $p(x), q(x) -$ непрерывные функции в произвольном конечном интервале, $\lambda -$ комплексная числа. Задачи (1)-(2) достаточно хорошо изучено и обзором по данной тематике можно ознакомится в работах [1].

В данной работе предлагается ускоренный алгоритм решения задачи (1) $-$(2), которые благодаря удачной замене переменных, итерационный процесс быстро сходится к решению по заданной точностью. Такой подход решения для подобных задач практиковалось в работах автора [2]-[8].

Актуальность данной постановки задачи состоит в том, что во многих задачах, в основном для обратных задачах для уравнения (1) в условиях неопределенности (т.е. недостаточно или неточно заданными спектральными данными), требуется хот приближенно, такие явные вид решение, которые дает возможность анализируя ситуациях вести дополнительные условии и оценивать ошибки.

В добавок можно дополнит, что полученная решения справедлива при малых значениях λ.

Смысл предлагаемого метода и результаты решения описано в следующей теореме.

Пусть

$$\psi(x,\lambda) = \int_0^x (p(t)sin2\lambda t - q(t)cos2\lambda t)dt,$$

$$\varphi(x,\lambda) = \int_0^x p(t)cos2\lambda t + q(t)sin2\lambda t dt,$$

$$H = H(\lambda x) = \begin{pmatrix} cos\lambda x & -sin\lambda x \\ sin\lambda x & cos\lambda x \end{pmatrix}$$

Теорема. Решение матричного уравнения Дирака (1) с начальными условиями (2) описывается следующей формулой

$$Y(x,\lambda,\alpha) = \begin{pmatrix} cos\lambda x & -sin\lambda x \\ sin\lambda x & cos\lambda x \end{pmatrix}\begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} cos\alpha \\ -sin\alpha \end{pmatrix} \quad (3)$$

где

$$F_{11} = e^{-\psi} + ch\,\varphi - 1 - \int_0^x \psi'(ch\varphi - 1)dt + \int_0^x \psi' \int_0^{t_1} \psi'(ch\varphi - 1)d\tau_1 dt +$$

$$+ \int_0^x \varphi' \int_0^{t_1} \left[\varphi'\left(e^{-\psi} - 1\right) + \psi' sh\varphi\right]d\tau_1 dt - \cdots +$$

$$- \sum_{k=3}^{\infty} \int_0^x f_0 \int_0^{t_1} f_1 \int_0^{t_2} f_2 \cdots \int_0^{t_k} \psi'(ch\varphi - 1)d\tau_k \cdots d\tau_1 dt + \cdots +$$

$$+ \sum_{k=3}^{\infty} \int_0^x f_0 \int_0^{t_1} f_1 \int_0^{t_2} f_2 \cdots \int_0^{t_k} \left[\varphi'\left(e^{-\psi} - 1\right) + \psi' sh\varphi\right]d\tau_k \cdots d\tau_2 d\tau_1 dt$$

$$F_{12} = -sh\varphi - \int_0^x \left[\varphi'(e^{\psi} - 1) - \psi' sh\varphi\right] dt - \int_0^x \varphi' \int_0^{t_1} \psi'(ch\varphi - 1)d\tau_1 dt +$$

$$+ \int_0^x \psi' \int_0^{t_1} \left[\varphi'(e^{\psi} - 1) - \psi' sh\varphi\right] d\tau_1 dt - \cdots +$$

$$-\sum_{k=3}^{\infty}(-1)^k(\int_0^x f_0\int_0^{t_1} f_1\int_0^{t_2} f_2\cdots\int_0^{t_k}\psi'(ch\varphi-1)d\tau_k\cdots d\tau_1dt+\cdots+$$

$$+\sum_{k=3}^{\infty}(-1)^k\int_0^x f_0\int_0^{t_1} f_1\int_0^{t_2} f_2\cdots\int_0^{t_k}\left[\varphi'\left(e^{-\psi}-1\right)+\psi' sh\varphi\right]d\tau_k\cdots d\tau_2d\tau_1dt$$

$$F_{21}=-sh\varphi-\int_0^x\left[\varphi'\left(e^{-\psi}-1\right)+\psi' sh\,\varphi\right]dt+\int_0^x\varphi'\int_0^{t_1}\psi'(ch\varphi-1)d\tau_1dt-$$

$$-\int_0^x\psi'\int_0^{t_1}\left[\varphi'\left(e^{-\psi}-1\right)+\psi' sh\,\varphi\right]d\tau dt-\cdots+$$

$$-\sum_{k=3}^{\infty}(-1)^k(\int_0^x f_0\int_0^{t_1} f_1\int_0^{t_2} f_2\cdots\int_0^{t_k}\psi'(ch\varphi-1)d\tau_k\cdots d\tau_1dt+\cdots+$$

$$+\sum_{k=3}^{\infty}(-1)^k\int_0^x f_0\int_0^{t_1} f_1\int_0^{t_2} f_2\cdots\int_0^{t_k}\left[\varphi'\left(e^{-\psi}-1\right)+\psi' sh\varphi\right]d\tau_k\cdots d\tau_2d\tau_1dt$$

$$F_{22}=e^{\psi}+ch\,\varphi-1+\int_0^x\psi'(ch\varphi-1)dt+\int_0^x\psi'\int_0^{t_1}\psi'(ch\varphi-1)d\tau_1dt+$$

$$+\int_0^x\varphi'\int_0^{t_1}\left[\varphi'\left(e^{\psi}-1\right)-\psi' sh\varphi\right]d\tau_1dt+\cdots+$$

$$+\sum_{k=3}^{\infty}\int_0^x f_0\int_0^{t_1} f_1\int_0^{t_2} f_2\cdots\int_0^{t_k}\psi'(ch\varphi-1)d\tau_k\cdots d\tau_1dt_1+\cdots+$$

$$-\sum_{k=3}^{\infty}\int_0^x f_0\int_0^{t_1} f_1\int_0^{t_2} f_2\cdots\int_0^{t_k}\left[\varphi'\left(e^{-\psi}-1\right)+\psi' sh\varphi\right]d\tau_k\cdots d\tau_2d\tau_1dt,$$

здесь $f_k\in\{\psi,\varphi\}$. Бесконечные суммы, участвующие в F_{ij}, абсолютно сходится и по модулю эквивалентно к $O\left(\frac{\mathrm{M}^k}{k!}\right)$, где $M=max_{0<x<\infty}(e^{\psi},e^{-\psi},e^{\varphi})$. Формула (3) справедлива и при малых и при больших значениях $\lambda\neq 0$.

Доказательства. Введем следующие обозначения

$$Y(x,\lambda,\alpha)=\begin{pmatrix}cos\lambda x & -sin\lambda x\\ sin\lambda x & cos\lambda x\end{pmatrix}U(x,\lambda,\alpha),$$

тогда задача (1)-(2) приводится к решению следующего матричного дифференциального уравнению

$$U'+\begin{pmatrix}p(t)sin2\lambda t-q(t)cos2\lambda t & p(t)cos2\lambda t+q(t)sin2\lambda t\\ p(t)cos2\lambda t+q(t)sin2\lambda t & p(t)sin2\lambda t-q(t)cos2\lambda t\end{pmatrix}U=0$$

или

$$U'+\begin{pmatrix}\psi' & \varphi'\\ \varphi' & -\psi'\end{pmatrix}U=0\qquad U=\begin{pmatrix}u_1(x)\\ u_2(x)\end{pmatrix}\tag{3}$$

с начальными условиями

$$u_1(0)=cos\alpha,\qquad u_2(0)=-sin\alpha\tag{4}$$

Представление ψ, φ описан выше.

Интегральный вид задачи (3), (4) описывается уравнением Вольтерра 2-го рода

$$U(x,\lambda,\alpha)=\begin{pmatrix}cos\alpha\\-sin\alpha\end{pmatrix}-\int_0^x\begin{pmatrix}\psi' & \varphi'\\ \varphi' & -\psi'\end{pmatrix}U(t,\lambda,\alpha)dt \qquad (5)$$

Задачи (3)-(4) или уравнение (5), при условии, что элементы матрицы ψ',φ' равномерно непрерывно в рассматриваемой конечном интервале, имеет решение и решение единственно[2].

Приступим решению данного интегрального уравнение. Уравнение (5) можно решать методом последовательного приближения. В качестве нулевой приближение выбираем следующую

$$\widetilde{U}_0=\begin{pmatrix}cos\alpha\\-sin\alpha\end{pmatrix}$$

Вставляя $\widetilde{U}_0$ вместе U в под интеграле (5), получим

$$\widetilde{U}_1=\begin{pmatrix}cos\alpha\\-sin\alpha\end{pmatrix}-\int_0^x\begin{pmatrix}\psi' & \varphi'\\ \varphi' & -\psi'\end{pmatrix}\begin{pmatrix}cos\alpha\\-sin\alpha\end{pmatrix}dt=\left[I-\begin{pmatrix}\psi & \varphi\\ \varphi & -\psi\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}cos\alpha\\-sin\alpha\end{pmatrix}$$

Тоже самое, для $\widetilde{U}_2$ получим

$$\widetilde{U}_2=\begin{pmatrix}cos\alpha\\-sin\alpha\end{pmatrix}-\int_0^x\begin{pmatrix}\psi' & \varphi'\\ \varphi' & -\psi'\end{pmatrix}\widetilde{U}_1dt=$$

$$=\left[\begin{pmatrix}cos\alpha\\-sin\alpha\end{pmatrix}-\int_0^x\begin{pmatrix}\psi' & \varphi'\\ \varphi' & -\psi'\end{pmatrix}\left[I-\begin{pmatrix}\psi & \varphi\\ \varphi & -\psi\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}cos\alpha\\-sin\alpha\end{pmatrix}dt\right]=$$

$$=\left[I-\begin{pmatrix}\psi & \varphi\\ \varphi & -\psi\end{pmatrix}+\int_0^x\begin{pmatrix}\psi' & \varphi'\\ \varphi' & -\psi'\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi & \varphi\\ \varphi & -\psi\end{pmatrix}dt\right]\begin{pmatrix}cos\alpha\\-sin\alpha\end{pmatrix}=$$

$$=\left[I-\begin{pmatrix}\psi & \varphi\\ \varphi & -\psi\end{pmatrix}+\frac{\psi^2+\varphi^2}{2}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}\int_0^x(\psi'\varphi-\varphi'\psi)dt\right]\begin{pmatrix}cos\alpha\\-sin\alpha\end{pmatrix}$$

Продолжая анологичным образом, получим

$$\widetilde{U}_n=[I-A_1+A_2-A_3+\cdots+(-1)^nA_n]\begin{pmatrix}cos\alpha\\-sin\alpha\end{pmatrix} \qquad (6)$$

где A_n определяется по следующими рекуррентными соотношениями

$$A_{n+1}=\begin{pmatrix}a_{n+1} & (-1)^nb_{n+1}\\ b_{n+1} & -(-1)^na_{n+1}\end{pmatrix}=\int_0^x\begin{pmatrix}\psi' & \varphi'\\ \varphi' & -\psi'\end{pmatrix}A_n(t)dt=$$

$$=\int_0^x\begin{pmatrix}\psi'a_n+\varphi'b_n & (-1)^n(\varphi'a_n-\psi'b_n)\\ \varphi'a_n-\psi'b_n & -(-1)^n(\psi'a_n+\varphi'b_n)\end{pmatrix}dt,$$

$$a_{n+1}=\int_0^x[\psi'a_n+\varphi'b_n]dt\,,\qquad b_{n+1}=\int_0^x[\varphi'b_n-\psi'a_n]dt$$

$$a_0=1\,,\qquad b_0=0,\qquad n=0,1,2,\cdots$$

Для удобство последовательност матрицы A_n сгруппируем с четным и нечетным индексам. Тогда для $n>1$ имеем

$$A_{2(n+1)}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\left[\frac{\psi^{2(n+1)}+\varphi^{2(n+1)}}{2(n+1)!}+\right.$$

$$\left.+\int_0^x\psi'\int_0^{t_1}\left(\psi'\frac{\varphi^{2n}}{2n!}+\varphi'\int_0^{t_2}\left(\varphi'\frac{\psi^{2n-1}}{(2n-1)!}-\psi'\frac{\varphi^{2n-1}}{(2n-1)!}\right)d\tau_2\right)d\tau_1dt+\right.$$

$$+\int_0^x \varphi' \int_0^{t_1}\left(\varphi'\frac{\psi^{2n}}{2n!}-\psi'\int_0^{t_2}\left(\varphi'\frac{\psi^{2n-1}}{(2n-1)!}-\psi'\frac{\varphi^{2n-1}}{(2n-1)!}\right)d\tau_2\right)d\tau_1 dt+$$

$$\cdots+\int_0^x\cdots\varphi'\int_0^{t_{2n-1}}\left(\varphi'\frac{\psi^2}{2}-\psi' W(\varphi,\psi)\right)d\tau_{2n-1}\cdots dt+$$

$$+\int_0^x\cdots\psi'\int_0^{t_{2n-1}}\left(\psi'\frac{\varphi^2}{2}+\varphi' W(\varphi,\psi)\right)d\tau_{2n-1}\cdots dt\Bigg]$$

$$-\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}\Bigg[\int_0^x\left(\varphi'\frac{\psi^{2n+1}}{(2n+1)!}-\psi'\frac{\varphi^{2n+1}}{(2n+1)!}\right)dt+$$

$$+\int_0^x \varphi' \int_0^{t_1}\left(\psi'\frac{\varphi^{2n}}{2n!}+\varphi'\int_0^{t_1}\left(\varphi'\frac{\psi^{2n-1}}{(2n-1)!}-\psi'\frac{\varphi^{2n-1}}{(2n-1)!}\right)d\tau_2\right)d\tau_1 dt-$$

$$-\int_0^x \psi' \int_0^{t_1}\left(\varphi'\frac{\psi^{2n}}{2n!}-\psi'\int_0^{t_2}\left(\varphi'\frac{\psi^{2n-1}}{(2n-1)!}-\psi'\frac{\varphi^{2n-1}}{(2n-1)!}\right)d\tau_2\right)d\tau_1 dt+$$

$$\cdots+\int_0^x\cdots\varphi'\int_0^{t_{2n-1}}\left(\psi'\frac{\varphi^2}{2}+\varphi' W(\varphi,\psi)\right)d\tau_{2n-1}\cdots d\tau_1\, dt-$$

$$-\int_0^x\cdots\psi'\int_0^{t_{2n-1}}\left(\varphi'\frac{\psi^2}{2}-\psi' W(\varphi,\psi)\right)d\tau_{2n-1}\cdots d\tau_1 dt\Bigg]$$

$$A_{2n+1}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\Bigg[\frac{\psi^{2n+1}}{(2n+1)!}+\int_0^x\psi'\frac{\varphi^{2n}}{2n!}d\tau_1+$$

$$+\int_0^x\psi'\int_0^{t_1}\psi'\int_0^{t_2}\left(\psi'\frac{\varphi^{2n}}{2n!}+\varphi' W(\varphi,\psi)\right)d\tau_2\, d\tau_1 dt+$$

$$+\int_0^x\psi'\int_0^{t_1}\varphi'\int_0^{t_2}\left(\varphi'\frac{\psi^{2n}}{2n!}-\psi' W(\varphi,\psi)\right)d\tau_2\, d\tau_1 dt+$$

$$+\int_0^x\varphi'\int_0^{t_1}\left(\varphi'\frac{\psi^{2n-1}}{(2n-1)!}-\psi'\frac{\varphi^{2n-1}}{(2n-1)!}\right)d\tau_1 dt-$$

$$-\int_0^x\varphi'\int_0^{t_1}\psi'\int_0^{t_2}\left(\varphi'\frac{\psi^{2n}}{2n!}-\psi' W(\varphi,\psi)\right)d\tau_2\, d\tau_1 dt\Bigg]+\cdots$$

$$+\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\Bigg[\frac{\psi^{2n+1}}{(2n+1)!}+\int_0^x\varphi'\frac{\psi^{2n}}{2n!}dt-$$

$$+\int_0^x\varphi'\int_0^{t_1}\psi'\int_0^{t_2}\left(\psi'\frac{\varphi^{2n}}{2n!}+\varphi' W(\varphi,\psi)\right)d\tau_2\, d\tau_1 dt\Bigg]+$$

$$+\int_0^x\varphi'\int_0^{t_1}\varphi'\int_0^{t_2}\left(\varphi'\frac{\psi^{2n}}{2n!}-\psi' W(\varphi,\psi)\right)d\tau_2\, d\tau_1 dt\Bigg]+$$

$$-\int_0^x \psi' \int_0^{t_1} \left(\varphi' \frac{\psi^{2n+1}}{(2n+1)!} - \psi' \frac{\varphi^{2n+1}}{(2n+1)!} \right) d\tau_1 dt -$$
$$-\int_0^x \psi' \int_0^{t_1} \left(\varphi' \int_0^{t_2} \left(\psi' \frac{\varphi^{2n}}{2n!} + \varphi' W(\varphi,\psi) \right) d\tau_2 \right) d\tau_1 dt -$$
$$-\int_0^x \psi' \int_0^{t_1} \left(\varphi' \int_0^{t_2} \left(\varphi' \frac{\psi^{2n}}{2n!} - \psi' W(\varphi,\psi) \right) d\tau_2 \right) d\tau_1 dt \Bigg] + \cdots$$

Все элементы матрицы A_n есть сходящиеся последовательности, которые при возрастанием n стремится к нулью в порядке $O\left(\frac{\mathrm{M}^n}{n!}\right)$.

Вставляем все найденные матрицы A_n в (6). Для удобство введем следуюшие обозначение

$$I - A_1 + A_2 - \cdots + (-1)^n A_n + \cdots = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{pmatrix} \qquad (6')$$

Так как бесконечный ряд, участвуюшийся в правый стороне равенстве (6') сходится [9], при $n \to \infty$, имеем

$$F_{11} = \sum_{i=0}^{\infty} a_{2i} - \sum_{i=0}^{\infty} a_{2i+1} = 1 - \psi + + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\psi^{2i} + \varphi^{2i}}{(2i)!} -$$
$$- \sum_{i=2}^{\infty} \left\{ \frac{\psi^{2i-1}}{(2i-1)!} + \int_0^x \frac{\psi' \varphi^{2(i-1)}}{(2i-2)!} dt + \cdots \right\} =$$
$$= e^{-\psi} + ch(\varphi) - 1 + \int_0^x \psi' (ch\varphi - 1)\, dt + \cdots$$
$$F_{12} = \sum_{i=0}^{\infty} b_{2i} - \sum_{i=0}^{\infty} b_{2i+1} = = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{(2i-1)!} \int_0^x \{\psi' \varphi^{2i-1} - \varphi' \psi^{2i-1}\} dt + \cdots \right\} -$$
$$- \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\varphi^{2i-1}}{(2i-1)!} - \sum_{i=2}^{\infty} \int_0^x \frac{\varphi' \left(\psi^{2(i-1)}\right) dt}{(2i-2)!} + \cdots =$$
$$= -sh\varphi + \int_0^x \left[\psi' sh(\varphi) - \varphi' (e^{-\psi} - 1) \right] dt + \cdots$$
$$F_{21} = \sum_{i=0}^{\infty} b_{2i} - \sum_{i=0}^{\infty} b_{2i+1} = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{(2i-1)!} \int_0^x (\varphi' \psi^{2i-1} - \psi' \varphi^{2i-1}) dt + \cdots \right\} -$$
$$- \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\varphi^{2i-1}}{(2i-1)!} - \sum_{n=2}^{\infty} \int_0^x \frac{\left[\varphi' \left(\psi^{2(n-1)}\right)\right] dt}{(2n-2)!} + \cdots =$$
$$= -sh\varphi - \int_0^x \left[\varphi' \left(e^{\psi} - 1\right) + \psi' sh\varphi \right] dt + \cdots,$$
$$F_{22} = \sum_{i=0}^{\infty} a_{2i} - \sum_{i=0}^{\infty} a_{2i+1} = 1 + \psi + \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{\psi^{2i} + \varphi^{2i}}{(2i)!} + \cdots \right\} +$$

$$+\sum_{i=2}^{\infty}\left\{\frac{\psi^{2i-1}}{(2i-1)!}+\int_0^x\frac{[\psi'\varphi^{2(i-1)}]}{(2n-2)!}dt+\cdots\right\}=$$

$$=e^{\psi}+ch(\varphi)-1+\int_0^x\psi'(ch(\varphi)-1)\,dt\cdots.$$

что и требовалось доказать.

Формулы (3) дают широкие возможности при расчете и анализа процессов в области математики, физики и т.д. И особенно полезно при регуляризации решениях обратных задач с неточно заданными начальными параметрами.

Упростив (3) при достаточно больших λ можно получит все классические формулы для задачи (1)-(2), как асимптотические формулы для собственных чисел λ, асимптотика функции, асимптотические формулы для нормировочных чисел и т.д.

Литература

1. Левитан Б.М., Саргсян И.С. Операторы Штурма-Лиувилля и Дирака. 1988. 432 с. ISBN 5-02-013751-0.
2. Абдуназаров Р., Mamatov A. Численное решение обратной задачи для системы Дирака. International scientific journal Interpretation and Researches, 1(5). Page 130-135. ISSN:2181-4163.
3. Абдуназаров Р., Иброҳимов Ж. Б., Пўлатов Б. С., Нориева А.Ж. (2023). Аргументларни гуруҳларга ажратиб баҳолаш усулида кўп параметрли ночизиқли регрессия тенгламаларини қуриш масалалари. Educational Research in Universal Sciences, 2(2), 174–178. Retrieved from https: //erus.uz/index.php/er/article/view/1704.
4. Abdunazarov R. Problems of constructing an efficient computational algorithm for restoring the parameters of the Sturm-Louisville operator. international journal of contemporary scientific and technical research.2181-3884. 2023 in jbnuu. page 80-86.
5. Abdunazarov R. Bir o‘lchovli dirak tenglamasi uchun teskari masalani yechishda tezkor hisoblash algoritmini qurish masalalari. “Komputer ilmlari va dasturlash texnologiyalari” mavzusidagi xalqaro ilmiy texnik konferensiya materiallari. Jizzax 2023 yil 13 oktabr. T.1.№2 186-191 бет.
6. Sharipova S., Abdunazarov R. Matematika darslarida zamonaviy texnologiyalarning qo‘llanilishi va uning ahamiyati. “Komputer ilmlari va dasturlash texnologiyalari” .mavzusidagi xalqaro ilmiy texnik konferensiya materiallari. Jizzax 2023 yil 13 oktabr. T.1. т.1. 177-179.
7. Абуназаров Р., Абдурашидова Л. Алгоритм восстановления оператора Дирака по двум спектрам. Международной научно-практической конференции “Актуальные задачи математического моделирования и информационных технологий» Том №1. Нукус, 2-3 май 2023. Стр. 239-241.
8. Абуназаров Р., Пўлатов Б., Нориева А., Холманова К. Восстановления ядро спектральной меры оператора Дирака по неточным спектральным данным. Zamonaviy innovatsion tadqiqotlarning dolzarb muammolari va rivojlanish tendensiyalari: yechimlar va istiqbollar mavzusidagi Respublika ilmiy-texnik anjumani. 27.05.2023. 258-262 betlar.
9. А.М.Тер-Крикоров. Матричные функции и линейные дифференциальные уравнения. Уч-метод. пособие/ сост.: А.М.Крикоров. М.: МФТИ, 2014. - 42 с.

ISSN 2181-1296

