ISNN:2181-1296



SHAROF RASHIDOV NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

САМАРКАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ШАРОФА РАШИДОВА

SAMARKAND STATE UNIVERSITY NAMED AFTER SHAROF RASHIDOV

ILMIY AXBOROTNOMA

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК SCIENTIFIC JOURNAL

ANIQ VA TABIIY FANLAR SERIYASI

Matematika, Mexanika, Informatika
Fizika, Kimyo, Biologiya, Geografiya

№ 3/1 (139)
2023

ISSN 2181-1296

ILMIY AXBOROTNOMA

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК — SCIENTIFIC JOURNAL

2023-yil, 3-son 1-seriya (139) **ANIQ VA TABIY FANLAR SERIYASI**

Matematika, Mexanika, Informatika, Fizika, Kimyo, Biologiya, Geografiya

Samarqand viloyat matbuot boshqarmasida ro‘yxatdan o‘tish tartibi 09-25.
Jurnal 1999-yildan chop qilina boshlagan va OAK ro‘yxatiga kiritilgan.

BOSH MUHARRIR **R. I. XALMURADOV, t.f.d., professor**
BOSH MUHARRIR O‘RINBOSARLARI: **H.A. XUSHVAQTOV, f-m.f.d., dotsent**
A. M. NASIMOV, t.f.d., professor

TAHRIRIYAT KENGASHI:

ANIQ FANLAR

SH.A.ALIMOV	- O‘zFA akademigi
S.N.LAKAYEV	- O‘zFA akademigi (SamDU)
M.M.MIRSAIDOV	- O‘zFA akademigi
A.S.SOLEEV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)
I.A.IKROMOV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)
B.X.XO‘JAYAROV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)
A.G.YAGOLA	- f.-m.f .d., professor (Moskva davlat universiteti, Rossiya)
I.I.JUMANOV	- f.-m.f .d., professor (SamDU)
X.X.XUDOYNAZAROV	- t.f.d., professor (SamDU)
ALBERTO DEL BIMBO	- Florensiya universiteti professori, Italiya
L.SABIROV	- f.-m.f .d., professor (SamDU)
A.JUMABOYEV	- f.-m.f .d., professor (SamDU)
N.N.NIZAMOV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)
O.Q.QUVONDIQOV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)
I.A.RAXMATULLAYEV	- f.-m.f .d., professor
A.SH.YARMUXAMEDOV	- f.-m.f.n., (SamDU)
X.S.XAYDAROV	- f.-m.f.n., dotsent (SamDU)

TABIY FANLAR

M.X.ASHUROV	- O‘zFA akademigi
N.B. FERAPONTOV	- k.f .d., professor (Moskva davlat universiteti, Rossiya)
SH. M. TUGIZOV	- professor, Koliforniya universiteti, AQSh
H. I. AKBAROV	- k.f.d., professor (O'zMU)
E. A. ABDURAXMONOV	- k.f.d., professor (SamDU)
N. K. MUXAMADIYEV	- k.f.d., professor (SamDU)
L. A. BULAVIN	- Kiyev milliy universiteti professori, Ukraina
X. Q. XAYDAROV	- b.f.d., professor (SamDU)
Z. I. IZZATULLAYEV	- b.f.d., professor (SamDU)
Sh. T. XOLIQULOV	- q-x.f.d., professor (SamDU)
S. B. ABBASOV	- g.f.d., professor (SamDU)
Q. S. YARASHEV	- g.f.d., professor (SamDU)
GUN-SIK PARK	- Seul univeriteti professori,
D.B.XURSANOV	- g.f.f.d., dotsent (SamDU)
M. S. QUZIYEV	- b.f.f.d., dotsent (SamDU)

Obuna indeksi – yakka tartibdagi obunachilar uchun **- 5583,**
tashkilot, korxonalar uchun **- 5584**

MUNDARIJA	
Taniqli fan va davlat arbobi, O'zr FA polimerlar kimyosi va fizikasi instituti direktori, akademik Sayyora Rashidova 80 yoshda.....	3-4
Badalov K., Ibadov R., Ibragimov A., Murodov S. *Wormhole and black hole solutions in einstein-scalar-gauss-bonnet theories.....*	5-9
Toshpulatov D.T., Kurbonov A.M., Samiyev A.A., Xursandov J.M., Mirzayev Sh.E., Tashpulatov X.Sh., Nasimov A.M. *Zol-gel qatlamga Co(II) komplekslarini biriktirish va uning fotokimyoviy xossalarini o'rganish…….*	10-15
Rustamova N., Davranov K., Abulimiti Yili. *Optimization of culture condition for growth and production of bioactive secondary metabolites by endophytic fungus Thermothelomyces thermophiles* XJF-9……..…….	16-22
Xamidov A.M., Maxmudova Y.A., Nurullayeva F.N., Ro'zimuradov O.N. *TiO_2 yoki ZrO_2 Nanotrubkalarida poliefir-efir-keton sulfonat asosida namlikka sezgir nanokompozit qattiq ion o'tkazgichlar sintezi……..*	23-28
Abdullayev J.I., Ibragimov H.H. *Pifagor va Eyler g'ishtlari uchun parametrik tenglamalar……..*	29-34
Shukurov J.X., Fayzullayev N.I. *Mahalliy xomashyolar asosida dimetilefir olishga turli omillarning ta'siri……..……*	35-41
Nurutdinova F.M., Rasulova Y.Z., Jahonqulova Z.V. *Apis mellifera jonsiz asalaridan sintez qilingan xitin-xitozan fizik-kimyoviy tadqiqotlari ……*	42-46
Аллаков И., Музропова Н.С. *О количество решений одной квадратной уравнение в простых числах……..…….*	47-51
Jumabaev A., Absanov A., Ernazarov Z., Shodiyev A., Umarov S. *Raman spectra and ab-initio calculation analysis of intermolecular interactions in ethylacetate…..*	52-57
Яхшиликова Л., Ўрозов Т., Маматов А., Ўринов Ж., Кобилов Т. *Синтез новых производных макроциклических и пинцерных лигандов, содержащих тауриновые фрагменты……*	58-62
Parmanov A.B., Nurmanov S.E., Tursunov Sh.Sh., Bekboyeva N.U., Xolmuhammedov N.D. *Benzoy kislotaning fenilatsetilen bilan katalitik reaksiyasi……*	63-67
Sultanov M.U., Yo'ldashev S.K., Yakhshiboyev Q.X. *Yuqori energiyali adron-yadro va yadro-yadro to'qnashuvlar uchun fritiof modeli……..…….*	68-74
Сайидов О.Ж. *Оптимальное управление для системы нелинейных разностных уравнений на основе построения интегрального многообразия ……..…….*	75-81
Нормуродов Х.Н. *Задача коши для нелинейного уравнения типа синус-гордона в классе периодических бесконечнозонных функций……..……*	82-91
Кувандиков О., Субханкулов И., Ражабов Р.М., Хомитов Ш.А., Бакаев Г.С. *Электрические, гальваномагнитные и магнитные свойств в аморфных сплавах на основе переходных металлов ……..……*	92-98
Ахмеджанов Ф. Р., Тугалов Ф. Б. *Температурная зависимость скорости и затухания акустических волн в гамма облученных кристаллах фторида лития……..……*	99-103
Алланазарова Т. Ж. *Интегрирование модифицированного уравнения кортевега-де фриза с нагруженными членами и источником в виде суммы……..……*	104-112
Зиёев Б.Т., Набиев А.А., Маматалиев А.А., Намазов Ш.С., Рузиев И.Х., *Физико-химические свойства некоторых минералов доломита Узбекистана……*	113-117

Ergashev S.Sh., Burxonov O.A., Karimov R.G., Sanaqulov Sh.M. *Tres-1 b va qatar-1 b ekzosayyoralarning ravshanlik egri chizig'i tahlili natijalari…….*	118-122
G'aniyev Sh.R., Shirinboyev D.N. *O'rta zarafshon havzasidagi kichik daryolar va soylar oqimining yillararo tebranishi ……..……*	123-127
Холмуродова Д.К., Киямова Д.Ш. *Исследование структуры, физико-химических свойств выбранных органических и неорганических ингредиентов на основе местного и вторичного сырья, применительно к разработке угольных брикетов……..…….*	128-132
Tirkasheva S.I., Ziyadullayev O.E., Otamuxamedova G.Q., Muzalevskiy V.M., Nenaydenko V.G. *Terminal atsetilen spirtlarining oksidlanishi asosida diindiollar sintezi ……..*	133-140
Isokov Y.X., Yaxyoyev U.A., Mixliyev O.A., Zyoyev B.T. *Faollantirilgan ko'mirga monokomponentli eritmalar sorbsiyasi ……..……*	141-146
Иноятилло О. *Измерение загрязнения воздуха с помощью наноспутника……..……*	147-151
Абдулахадова Г.Ш., Зухритдинова Н.Ю., Кутлиева Г.Дж., Тураева Б.И., Юлдошева Х.А. *Антимикробная активность молочнокислых бактерий……*	152-156

УДК 517. 957 **DOI: https://doi.org/10.59251/2181-1296.2023.v4.139.1.2121**

ИНТЕГРИРОВАНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО УРАВНЕНИЯ КОРТЕВЕГА-ДЕ ФРИЗА С НАГРУЖЕННЫМИ ЧЛЕНАМИ И ИСТОЧНИКОМ В ВИДЕ СУММЫ

Т. Ж. Алланазарова
Каракалпакский государственный университет им. Бердаха
E-mail: j.tazagul86@mail.ru

Аннотация. Метод обратной спектральной задачи применяется для интегрирования модифицированного уравнения Кортевега – де Фриза (мКдФ) с нагруженными членами и источником в виде суммы в классе периодических бесконечнозонных функцией. Выводится эволюция спектральных данных периодического оператора Дирака, коэффициент которого является решением уравнения мКдФ с нагруженными членами и источником в виде суммы. Показано, что сумма равномерно сходящегося функционального ряда построенного с помощью решения аналога системы уравнений Дубровина и формула первого следа действительно удовлетворяет уравнения мКдФ с нагруженными членами и источником в виде суммы.

Ключевые слова: модифицированное уравнение Кортевега – де Фриза, оператор Дирака, спектральные данные, обратная спектральная задача, система уравнений Дубровина, формулы следов.

Yuklangan hadli va manbali Korteweg-de Friz tenglamasini integrallash

Annotatsiya. Teskari spektral masalalar usuli manbali yuklangan hadli Korteveg -de Friz tenglamasini davriy cheksiz zonali funksiyalar sinfida integrallashga qo’llanilgan. Koeffisiyentli manbali yuklangan hadli Korteveg-de Friz tenglamasining yechimidan iborat bo’lgan Dirak operatorining spektral berilganlarining evolyutsiyasi keltirib chiqarilgan. Bundan tashqari Dubrovin differensial tenglamalar sistemasining yechimi va izlar formulasi yordamida tuzilgan tekis yaqinlashuvchi funksional qatorning yig’indisi manbali yuklangan hadli Korteveg-de Friz tenglamasini qanoatlantirishi ko’rsatilgan.

Калит сузлар: o‘zgartirilgan Korteweg-de Vries tenglamasi, Dirak operatori, spektral ma'lumotlar, teskari spektral masala, Dubrovin tenglamalar tizimi, iz formulalari.

Integration of the modified Korteweg - de Vries equation with loaded terms and a source as a sum

Abstract. The inverse spectral problem method is used to integrate the modified Korteweg - de Vries (mKdV) equation with loaded terms and a source in the form of a sum in the class of periodic infinite-gap functions. The evolution of the spectral data of the periodic Dirac operator is derived, the coefficient of which is the solution of the mKdV equation with loaded terms and a source as a sum. It is shown that the sum of a uniformly converging functional series constructed using the solution of an analogue of the Dubrovin system of equations and the formula for the first trace do indeed satisfy the mKdV equations with loaded terms and a source in the form of a sum.

Keywords: modified Korteweg - de Vries equation, Dirac operator, spectral data, inverse spectral problem, system of Dubrovin equations, trace formulas.

Обратные спектральные задача играют значительную роль при интегрировании некоторых важных эволюционных уравнений математической физике и ведет свое начала с работы Гарднера, Грина, Крускала и Миуры [1]. Им удалось найти глобальное решение задачи Коши для уравнения КдФ сведением ее к обратной задачи рассеяния для самосопряженного у оператора Штурма-Лиувилля. Это обратная задача рассеяния впервые была решена в работе Л.Д. Фаддеева [2], затем в работах В.А. Марченко [3], Б.М. Левитана [4] и др. В статье [5] Лакс показал универсальность метода обратной задачи рассеяния (МОЗР) и обобщил уравнение КдФ, вводя понятие высшего уравнения КдФ. В этом направлении следующий важный результат был получен Захаровым и Шабатом [6]. Им удалось интегрировать нелинейной уравнение Шрёдингера (НУШ). Вскоре Вадати [7], опираясь на идеи работы [6], предложил метод решения задача Коши для модифицированного уравнения КдФ (мКдФ). Захаров,

Тахтаджян, Фаддеев [8], а также Абловиц, Кауп, Ньюэлл и Сигур [9] показали, что МОЗР также можно применить и к решению уравнения синус-Гордон. Применение МОЗР к уравнению НУШ, мКдФ и синус-Гордон опирается на задачу рассеяния для оператора Дирака на всей оси. Хорошо известно, что нахождение явной формулы для решения нелинейного эволюционного уравнения КдФ, мКдФ, НУШ и синус-Гордон в классе периодических функций существенно зависят от количество нетривиальных лакун в спектре периодического оператора Штурма-Лиувлля и Дирака. С помощью метода обратной задачи для оператора Штурма-Лиувилля с периодическим потенциалом, когда в спектре имеется только конечное число нетривиальных лакун в работах Итса, Матвеева [10] и Дубровина, Новикова [11] была доказана полная интегрируемость уравнения КдФ в классе конечнозонных периодических и квазипериодических функций. В работах [12] - [15] с помощью МОЗР для периодического оператора Дирака была установлена полная интегрируемость нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) и модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза (мКдФ) в классе конечнозонных функций. В современной научной литературе большое внимание привлекают интегрируемые нелинейные эволюционные уравнения с источниками. Они имеют важные приложения в физике плазмы, гидродинамике, физике твердого тело и т. д. [16] - [18]. Например, уравнения Кортевега-де Фриза (мКдФ), которые содержит источник интегрального типа, рассматривалась в работе [19]. Такими уравнениями можно описать взаимодействие длинных и коротких капиллярно-гравитационных волн [20]. Еще одним важным солитонным уравнением является НУШ с источником, которое описывает нелинейное взаимодействие ионной акустической волны в двухкомпонентной одномерной плазме с электростатической высокочастотной волной [21]. Отметим, что решения НУШ с источником в классе быстроубывающих функций рассматривались в [18], [22] а в классе периодических функций [23]. Кроме того решения нелинейных уравнений с источниками в классе периодических функций для различных задач изучались в работах [24] - [26]. Нагруженными дифференциальными уравнениями в литературе принято называть уравнения, содержащие в коэффициентах или в правой части какие-либо функционалы от решения, в частности значения решения или его производных на многообразиях меньшей размерности. Исследование таких уравнений представляют интерес как с точки зрения построения общей теории дифференциальных уравнений, так и с точки зрения приложений. Среди работ, посвященных нагруженным уравнениям, следуют отметить работы А.М. Нахушева [27] и других. Известно, [28], что если $q(x) = 2a\cos 2x,\ a = const \neq 0$, то в спектре оператора Штурма-Лиувлля $Ly \equiv -y'' + q(x)y,\ \ x \in R$ открыты все лакуны, иначе говоря $q(x)$ – периодический бесконечнозонный потенциал. Аналогичные примеры имеются для периодического оператора Дирака [29].

В связи с этим мы изучаем задачу Коши для модифицированного уравнения Кортевега – де Фриза с нагруженными членами и источником в виде суммы

$$q_t = a(t)q(x_0,t)\left[6q^2q_x - q_{xxx}\right] + b(t)q(x_1,t)q_x + \\ + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_k(t)s_1(\pi,\lambda_k,t)\left[\left(\psi_1(x,\lambda_k,t)\right)^2 - \left(\psi_2(x,\lambda_k,t)\right)^2\right],\ x \in R,\ t > 0, \tag{1}$$

с начальным условием

$$q(x,t)\big|_{t=0} = q_0(x),\ x \in R \tag{2}$$

в классе действительнозначных π - периодических по x функций:

$$q(x+\pi,t) = q(x,t) \in C_x^3(t>0) \cap C_t^1(t>0) \cap C(t \geq 0). \tag{3}$$

где $a(t),\ b(t) \in C[0,\infty)$ - заданные действительные непрерывные ограниченные функции, а $x_0,\ x_1 \in R.$ Здесь $\alpha_k(t)$ заданная действительная, непрерывная функция, имеющая равномерную асимптотику

$$\alpha_k(t) = O\left(\frac{1}{k^2}\right),\ k \to \pm\infty.$$

Кроме того, $\psi = \left(\psi_1(x,\lambda,t), \psi_2(x,\lambda,t)\right)^T$ решение Флоке (нормированное условием $\psi_1(0,\lambda,t) = 1$) следующего уравнения Дирака

$$L(t)y \equiv B\frac{dy}{dx} + \Omega(x,t)y = \lambda y,\ x \in R, \tag{4}$$

где

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},\ \Omega(x,t) = \begin{pmatrix} 0 & q(x,t) \\ q(x,t) & 0 \end{pmatrix},\ y = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix}.$$

Через $s(x,\lambda,t) = \left(s_1(x,\lambda,t),\ s_2(x,\lambda,t)\right)^T$ обозначено решение уравнения (4), удовлетворяющее начальным условиям $s(0,\lambda,t) = (0,1)^T$.

В данной работе предлагается алгоритм построения решения $q(x,t), \psi(x,\lambda_k,t)$, $k \in Z$ задачи (1)-(3), с помощью обратной спектральной задачи для периодического оператора Дирака.

2. Эволюция спектральных данных

Основной результат заключается в следующей теореме.

Теорема 1. Пусть $q(x,t), \psi(x,\lambda_k,t)$ является решением задачи Коши (1) - (3). Тогда границы спектра $\lambda_n(\tau,t)$ оператора Дирака

$$L(\tau,t)y \equiv B\frac{dy}{dx} + \Omega(x+\tau,t)y = \lambda y,\ x \in R,\ t > 0, \tag{5}$$

где

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},\ \Omega(x,t) = \begin{pmatrix} 0 & q(x,t) \\ q(x,t) & 0 \end{pmatrix},\ y = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix}.$$

не зависят от τ и t, а спектральные параметры $\xi_n = \xi_n(\tau,t),\ \sigma_n = \sigma_n(\tau,t) = \pm 1,\ n \in Z$ удовлетворяют аналогу системы уравнений Дубровина

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi_n}{\partial t} = 2(-1)^n \sigma_n(\tau,t) h_n(\xi)\Big\{ -2\xi_n a(t) q(x_0,t)\left[q^2(\tau,t) + q_\tau(\tau,t) + 2\xi_n^2\right] + \\ + b(t)\xi_n q(x_1,t) + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\xi_n \alpha_k(t) s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)}{\xi_n^2 - \lambda_k^2} \Big\},\ n \in Z \end{aligned} \tag{6}$$

где

$$h_n(\xi) = \sqrt{(\xi_n - \lambda_{2n-1})(\lambda_{2n} - \xi_n)} \cdot \sqrt{\prod_{\substack{k=-\infty, \\ k \neq n}}^{\infty} \frac{(\lambda_{2k-1} - \xi_n)(\lambda_{2k} - \xi_n)}{(\xi_k - \xi_n)^2}}. \tag{7}$$

Знаки $\sigma_n(\tau,t) = \pm 1$ меняются при каждом столкновении точки $\xi_n(\tau,t)$, $n \in Z$ с границами своей лакуны $[\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}]$. Кроме того, выполняются следующие начальные условия

$$\xi_n(\tau,t)\big|_{t=0} = \xi_n^0(\tau),\ \sigma_n(\tau,t)\big|_{t=0} = \sigma_n^0(\tau),\ n \in Z, \tag{8}$$

где $\xi_n^0(\tau)$, $\sigma_n^0(\tau)$ $n \in Z$ спектральные параметры оператора Дирака $L(\tau,0)$ с коэффициентами $q_0(x+\tau),\ \tau \in R$.

Здесь, через $s(x,\lambda,\tau,t) = \left(s_1(x,\lambda,\tau,t), s_2(x,\lambda,\tau,t)\right)^T$ обозначено решение уравнения (5), удовлетворяющее начальным условиям $s_1(0,\lambda,\tau,t) = 0,\ s_2(0,\lambda,\tau,t) = 1$.

Доказательство. Пусть $y_n = \left(y_{n,1}(x,\tau,t),\ y_{n,2}(x,\tau,t)\right)^T$, $n \in Z$ ортонормированные собственные вектор - функции оператора $L(\tau,t)$ рассматриваемого на отрезке $[0,\pi]$ с граничными условиями Дирихле

$$y_1(0,\tau,t) = 0,\quad y_1(\pi,\tau,t) = 0, \tag{9}$$

соответствующие собственным значениям $\xi_n = \xi_n(\tau,t)$, $n \in Z$. Дифференцируя по t тождество

$$\xi_n(\tau,t) = (L(\tau,t)y_n, y_n),$$

и используя симметричность оператора $L(\tau,t)$, имеем

$$\dot{\xi}_n(\tau,t) = \left(\dot{\Omega}(x+\tau,t)y_n, y_n\right). \tag{10}$$

Используя явный вид скалярного произведения

$$(y,z)=\int_0^{\pi}\left[y_1(x)\overline{z_1(x)}+y_2(x)\overline{z_2(x)}\right]dx,\ \ y=\begin{pmatrix}y_1(x)\\y_2(x)\end{pmatrix},\ \ z=\begin{pmatrix}z_1(x)\\z_2(x)\end{pmatrix},$$

равенство (10) перепишем в виде

$$\frac{\partial\xi_n(\tau,t)}{\partial t}=2\int_0^{\pi}y_{n,1}y_{n,2}\,q_t(x+\tau,t)dx\,. \tag{11}$$

Отсюда и из тождества

$$q_t(x+\tau,t)=a(t)q(x_0,t)\left[6q^2(x+\tau,t)q_x(x+\tau,t)-q_{xxx}(x+\tau,t)\right]+b(t)\cdot q(x_1,t)\cdot q_x(x+\tau,t)+$$
$$+\sum_{k=-\infty}^{\infty}\alpha_k(t)s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)\left[(\psi_1(x+\tau,\lambda_k,t))^2-(\psi_2(x+\tau,\lambda_k,t))^2\right]$$

следует, что

$$\frac{\partial\xi_n(\tau,t)}{\partial t}=2a(t)q(x_0,t)\int_0^{\pi}y_{n,1}y_{n,2}(6q^2q_x-q_{xxx})dx+2b(t)q(x_1,t)\int_0^{\pi}y_{n,1}y_{n,2}q_x\,dx+$$
$$+\sum_{k=-\infty}^{\infty}\alpha_k(t)s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)\left\{2\int_0^{\pi}y_{n,1}y_{n,2}\left[(\psi_1)^2-(\psi_2)^2\right]dx\right\}. \tag{12}$$

Прямым вычислением производной показывается, что

$$\left\{2\xi_nq_x\cdot(y_{n,1}^2-y_{n,2}^2)+2(4\xi_n^2q+2q^3-q_{xx})y_{n,1}y_{n,2}-\right.$$
$$\left.-2\xi_n(2\xi_n^2+q^2)\cdot(y_{n,1}^2+y_{n,2}^2)\right\}'_x=2y_{n,1}y_{n,2}(6q^2q_x-q_{xxx}).$$

Поэтому

$$2\int_0^{\pi}y_{n,1}y_{n,2}(6q^2q_x-q_{xxx})dx=-2\xi_n[q^2(\tau,t)+q_x(\tau,t)+2\xi_n^2]\cdot[y_{n,2}^2(\pi,\tau,t)-y_{n,2}^2(0,\tau,t)]. \tag{13}$$

Нетрудно видеть, что

$$\int_0^{\pi}2y_{n,1}y_{n,2}q_xdx=-\xi_n[y_{n,2}^2(\pi,\tau,t)-y_{n,2}^2(0,\tau,t)]. \tag{14}$$

Теперь вычислим третий интеграл в равенстве (12):

$$2\int_0^{\pi}y_{n,1}y_{n,2}\left[\left(\psi_1(x,\lambda_k,\tau,t)\right)^2-\left(\psi_2(x,\lambda_k,\tau,t)\right)^2\right]dx=$$
$$=\frac{1}{\xi_n^2-\lambda_k^2}\left\{\xi_ny_{n,1}^2(\psi_2)^2+\xi_ny_{n,2}^2(\psi_1)^2-2\lambda_ky_{n,1}y_{n,2}\psi_1\psi_2\right\}\Big|_0^{\pi}=\frac{\xi_n}{\xi_n^2-\lambda_k^2}\left[y_{n,2}^2(\pi,\tau,t)-y_{n,2}^2(0,\tau,t)\right]. \tag{15}$$

Подставляя выражения (13)-(15) в равенство (12) выводим, что

$$\frac{\partial\xi_n(\tau,t)}{\partial t}=[y_{n,2}^2(\pi,\tau,t)-y_{n,2}^2(0,\tau,t)]\left\{a(t)q(x_0,t)(-2\xi_n)[q^2(\tau,t)+\right.$$
$$\left.+q_\tau(\tau,t)]+2\xi_n^2-\xi_nb(t)q(x_1,t)+\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{\xi_n\alpha_k(t)s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)}{\xi_n^2-\lambda_k^2}\right\},n\in Z. \tag{16}$$

В работе [32] была выведена следующая формула:

$$y_{n,2}^2(\pi,\tau,t)-y_{n,2}^2(0,\tau,t)=2(-1)^n\sigma_n(\tau,t)h_n(\xi)\,, \tag{17}$$

Подставляя это выражение в тождество (16), получаем (6).

Если заменить граничные условия Дирихле периодическими $y(\pi)=y(0)$ или антипериодическими $y(\pi)=-y(0)$ граничными условиями, то вместо уравнения (16), имеем

$$\frac{\partial\lambda_n(\tau,t)}{\partial t}=0\,,\ \text{т.е. }\lambda_n(\tau,t)=\lambda_n(\tau,0),\ n\in Z\,.$$

Теперь, в уравнении $L(\tau,t)v_n=\lambda_nv_n$, $n\in Z$ положим $t=0$. Так как собственные значения $\lambda_n(\tau)\equiv\lambda_n(\tau,0)$, $n\in Z$ периодической или антипериодической задачи для уравнения

$L(\tau,t)v_n=\lambda_n(\tau)v_n$ не зависят от параметра τ, имеем $\lambda_n(\tau,t)=\lambda_n(\tau,0)=\lambda_n$, $n\in Z$. Что означает независимость границы спектра оператора $L(\tau,t)$ от параметров τ и t. Теорема доказана.

Следствие 1. Учитывая формулы следов

$$q^2(\tau,t)+q_x(\tau,t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left(\frac{\lambda_{2k-1}^2+\lambda_{2k}^2}{2}-\xi_k^2(\tau,t)\right), \tag{18}$$

$$q(\tau,t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}(-1)^{k-1}\sigma_k(\tau,t)h_k(\xi(\tau,t)) \tag{19}$$

систему (6) можно переписать в замкнутой форме

$$\begin{aligned}\frac{\partial\xi_n(\tau,t)}{\partial t}&=2(-1)^n\sigma_n(\tau,t)h_n(\xi(\tau,t))\Big\{a(t)\xi_n(\tau,t)\cdot\sum_{k=-\infty}^{\infty}(-1)^k\sigma_k(x_0,t)h_k(\xi(x_0,t))\cdot\\ &\cdot\left[\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left(\lambda_{2k-1}^2+\lambda_{2k}^2-2\xi_k^2(\tau,t)\right)+4\xi_n^2(\tau,t)\right]+b(t)\xi_n(\tau,t)\sum_{k=-\infty}^{\infty}(-1)^{k-1}\sigma_k(x_1,t)h_k(\xi(x_1,t))+\\ &+\xi_n(\tau,t)\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{\alpha_k(t)s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)}{\xi_n^2(\tau,t)-\lambda_k^2}\Big\},\ n\in Z.\end{aligned} \tag{20}$$

Следствие 2. Это теорема дает метод решения задачи (1) - (3). Для этого, сначала найдём спектральные данные λ_n, $\xi_n^0(\tau)$, $\sigma_n^0(\tau)$, $n\in Z$, оператора Дирака $L(\tau,0)$ соответствующие потенциалу $q_0(x+\tau)$. Обозначим спектральные данные оператора $L(\tau,t)$, через λ_n, $\xi_n(\tau,t)$, $\sigma_n(\tau,t)=\pm1$, $n\in Z$.

Теперь в систему уравнения (20) и начальным условиям (8) последовательно положим $\tau=x_0$ и $\tau=x_1$. Решая полученную задачу Коши, находим $\xi_n(x_0,t)$, $\sigma_n(x_0,t)$, $n\in Z$ и $\xi_n(x_1,t)$, $\sigma_n(x_1,t)$, $n\in Z$. Затем из формулы следов (19) определим функции $q(x_0,t)$ и $q(x_1,t)$. После этого подставляем эти данные в систему уравнения (16) и решая задачу Коши (6), (8) при произвольном значении τ находим $\xi_n(\tau,t)$, $\sigma_n(\tau,t)$, $n\in Z$. Из формул следов (19) определим $q(\tau,t)$. После этого легко найти решения Флоке $\psi(x,\lambda_k,t)$ уравнения $L(0,t)y=\lambda y$.

До сих пор мы предполагали, что задача Коши (1) – (3) имеет решение. От этого предположение не трудно освободиться, непосредственно убедившись, что полученная таким способом $q(\tau,t)$ действительно удовлетворяет уравненную (1).

Замечание 1. Покажем, что функция $q(\tau,t)$ построенная с помощью системы уравнений Дубровина (6) и формулы следов (19) действительно удовлетворяет уравнению (1). При этом мы будем использовать систему уравнений Дубровина

$$\frac{\partial\xi_n(\tau,t)}{\partial\tau}=(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)\cdot2\xi_n(\tau,t)h_n(\xi(\tau,t)) \tag{21}$$

и формулы следов (19), а также

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left(\frac{\lambda_{2k-1}+\lambda_{2k}}{2}-\xi_k(\tau,t)\right)=p(\tau,t)\equiv0. \tag{22}$$

Дифференцируя формулу следов (19) по t, имеем

$$q_t=\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)\left(\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{\partial h_n(\xi)}{\partial\xi_m}\cdot\frac{\partial\xi_m}{\partial t}\right). \tag{23}$$

Из равенств (6) и (21), находим что

$$\frac{\partial \xi_n(\tau,t)}{\partial t} = 2a(t)q(x_0,t)\left[q^2(\tau,t)+q'_\tau(\tau,t)\right]\frac{\partial \xi_n}{\partial \tau} +$$
$$+4a(t)q(x_0,t)\xi_n^2(\tau,t)\cdot\frac{\partial \xi_n}{\partial \tau}+b(t)q(x_1,t)\cdot\frac{\partial \xi_n}{\partial \tau}-\left\{\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{\alpha_k(t)s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)}{\xi_n^2-\lambda_k^2}\right\}\cdot\frac{\partial \xi_n}{\partial \tau}.$$

Подставляя это выражения в равенство (23), получим

$$q_t = 2a(t)q(x_0,t)\left[q^2(\tau,t)+q'_\tau(\tau,t)\right]\cdot\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)\frac{\partial h_n(\xi)}{\partial \tau}+$$
$$+4a(t)q(x_0,t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)\left(\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{\partial h_n(\xi)}{\partial \xi_m}\cdot\xi_m^2\cdot\frac{\partial \xi_m}{\partial \tau}\right)+$$
$$+b(t)q(x_1,t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)\frac{\partial h_n(\xi)}{\partial \tau}-$$
$$-\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)\left[\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{\partial h_n(\xi)}{\partial \xi_m}\left(\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{\alpha_k(t)s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)}{\xi_n^2-\lambda_k^2}\right)\frac{\partial \xi_m}{\partial \tau}\right]. \tag{24}$$

Учитывая, равенство

$$q_t=\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)\frac{\partial h_n(\xi)}{\partial \tau},$$

полученное дифференцированием формулы следов (19) по τ, равенство (24) перепишем в следующем виде

$$q_t = a(t)q(x_0,t)\left[2q^2q_\tau+2q_\tau^2\right]+b(t)q(x_1,t)q_\tau+$$
$$+4a(t)q(x_0,t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^{n}\sigma_n(\tau,t)\left(\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{\partial h_n(\xi)}{\partial \xi_m}\cdot\xi_m^2\cdot\frac{\partial \xi_m}{\partial \tau}\right)+$$
$$+\sum_{k=-\infty}^{\infty}\alpha_k(t)\left\{\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)\left(\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{\partial h_n(\xi)}{\partial \xi_m}\cdot\frac{s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)}{\xi_m^2-\lambda_k^2}\cdot\frac{\partial \xi_m}{\partial \tau}\right)\right\}. \tag{25}$$

Используя тождество

$$\frac{1}{\xi_m^2-\lambda_k^2}=\frac{1}{2\lambda_k}\left(\frac{1}{\xi_m-\lambda_k}-\frac{1}{\xi_m+\lambda_k}\right),$$

из равенства (25), получим

$$q_t = a(t)q(x_0,t)\left[2q^2q_t+2q_\tau^2\right]+b(t)q(x_1,t)q_t+$$
$$+4a(t)q(x_0,t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)\left(\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{\partial h_n(\xi)}{\partial \xi_m}\cdot\xi_m^2\cdot\frac{\partial \xi_m}{\partial \tau}\right)+$$
$$+\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{\alpha_k(t)}{2\lambda_k}\left\{\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^{n}\sigma_n(\tau,t)\left(\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{\partial h_n(\xi)}{\partial \xi_m}\cdot\frac{s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)}{\xi_m-\lambda_k}\cdot\frac{\partial \xi_m}{\partial \tau}\right)\right\}-$$
$$-\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{\alpha_k(t)}{2\lambda_k}\left\{\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^{n}\sigma_n(\tau,t)\left(\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{\partial h_n}{\partial \xi_m}\cdot\frac{s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)}{\xi_m+\lambda_k}\cdot\frac{\partial \xi_m}{\partial \tau}\right)\right\}. \tag{26}$$

Пользуясь теоремой Миттаг - Лефлера и равенства

$$\dot{s}_2(\pi,\lambda,\tau)-\dot{c}_1(\pi,\lambda,\tau)=2\left(\lambda-p(\tau)\right)s_1(\pi,\lambda,\tau)+2\left(\lambda+p(\tau)\right)c_2(\pi,\lambda,\tau),$$

а также разложения

$$\dot{s}_1(\pi,\lambda,\tau,t)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{s_1(\pi,\lambda,\tau,t)}{\xi_m(\tau,t)-\lambda}\cdot\frac{\partial \xi_m(\tau,t)}{\partial \tau},$$

можно доказать следующее тождество

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n\sigma_n(\tau,t)s_1(\pi,\lambda,\tau,t)\left\{\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{1}{\xi_m-\lambda}\cdot\frac{\partial h_n(\xi)}{\partial \xi_m}\cdot\frac{\partial \xi_m}{\partial \tau}\right\}=\lambda\left(s_1(\pi,\lambda,\tau,t)+c_2(\pi,\lambda,\tau,t)\right) \tag{27}$$

Теперь в тождество (27) последовательно положим $\lambda=\lambda_k$ и $\lambda=-\lambda_k$, а также учитывая

$$s_1(\pi,-\lambda,\tau,t)=-s_1(\pi,\lambda,\tau,t),\quad c_2(\pi,-\lambda,\tau,t)=-c_2(\pi,\lambda,\tau,t),$$

получим соответственно

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n\sigma_n(\tau,t)s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)\left\{\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{1}{\xi_m-\lambda_k}\cdot\frac{\partial h_n(\xi)}{\partial\xi_m}\cdot\frac{\partial\xi_m}{\partial\tau}\right\}=\lambda_k\left(s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)+c_2(\pi,\lambda_k,\tau,t)\right),$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n\sigma_n(\tau,t)s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)\left\{\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{1}{\xi_m+\lambda_k}\cdot\frac{\partial h_n(\xi)}{\partial\xi_m}\cdot\frac{\partial\xi_m}{\partial\tau}\right\}=-\lambda_k\left(s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)+c_2(\pi,\lambda_k,\tau,t)\right)$$

Подставляя эти выражения в равенство (26), имеем

$$\begin{aligned}&q_t-a(t)q(x_0,t)\left[2q^2q_t+2q_\tau^2\right]-b(t)q(x_1,t)q_t=\\&=4a(t)q(x_0,t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)\left(\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{\partial h_n(\xi)}{\partial\xi_m}\cdot\xi_m^2\cdot\frac{\partial\xi_m}{\partial\tau}\right)+\\&+\sum_{k=-\infty}^{\infty}\alpha_k(t)\left(s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)+c_2(\pi,\lambda_k,\tau,t)\right).\end{aligned}\tag{28}$$

Далее, дифференцируем по τ формулу следов (18), получим

$$2qq_\tau+q_{\tau\tau}=-2\sum_{n=-\infty}^{\infty}\xi_n\cdot\frac{\partial\xi_n}{\partial\tau}.$$

Если подставить сюда выражение (21), то это равенство примет вид

$$2qq_\tau+q_{\tau\tau}=-4\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)\xi_n^2(\tau)\cdot h_n(\xi).$$

Дифференцируя ещё раз по τ, это тождество имеет вид

$$2q_\tau^2+2qq_\tau+q_{\tau\tau\tau}=-4\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{4\xi_n^2\cdot h_n^2(\xi)+(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)\xi_n^2\cdot\left(\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{\partial h_n}{\partial\xi_m}\cdot\frac{\partial\xi_m}{\partial\tau}\right)\right\}.$$

Умножая обе части этого равенства на $a(t)q(x_0,t)$, получим

$$\begin{aligned}&a(t)q(x_0,t)\left[2q_\tau^2+2qq_{\tau\tau}+q_{\tau\tau\tau}\right]=-4a(t)q(x_0,t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{4\xi_n^2(\tau)\cdot h_n^2(\xi)+\right.\\&\left.+(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)\xi_n^2\cdot\left(\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{\partial h_n}{\partial\xi_m}\cdot\frac{\partial\xi_m}{\partial\tau}\right)\right\}.\end{aligned}\tag{29}$$

Сложив равенство (28) и (29), находим

$$\begin{aligned}&q_t-a(t)q(x_0,t)\left[2q^2q_\tau-2qq_{\tau\tau}-q_{\tau\tau\tau}\right]-b(t)q(x_1,t)q_\tau=\\&=4a(t)q(x_0,t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{-4\xi_n^2\cdot h_n^2(\xi)+(-1)^n\sigma_n(\tau,t)\left(\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{\partial h_n}{\partial\xi_m}\left(\xi_m^2-\xi_n^2\right)\cdot\frac{\partial\xi_m}{\partial\tau}\right)\right\}+\\&+\sum_{k=-\infty}^{\infty}\alpha_k(t)\left(s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)+c_2(\pi,\lambda_k,\tau,t)\right),\end{aligned}\tag{30}$$

Подставляя выражение

$$\frac{\partial h_n(\xi)}{\partial\xi_m}=\frac{h_n(\xi)}{\xi_n-\xi_m},\quad m\neq n$$

в равенство (30) выводим, что

$$\begin{aligned}&q_t-a(t)q(x_0,t)\left[2q^2q_\tau-2qq_{\tau\tau}-q_{\tau\tau\tau}\right]-b(t)q(x_1,t)q_\tau=\\&=4a(t)q(x_0,t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{-4\xi_n^2\cdot h_n^2(\xi)+(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)\left(\sum_{\substack{m=-\infty\\m\neq n}}^{\infty}h_n(\xi)(\xi_m+\xi_n)\frac{\partial\xi_m}{\partial\tau}\right)\right\}+\\&+\sum_{k=-\infty}^{\infty}\alpha_k(t)\left(s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)+c_2(\pi,\lambda_k,\tau,t)\right).\end{aligned}$$

Перепишем последнее равенство в следующем виде

$$\begin{aligned}&q_t-a(t)q(x_0,t)\left[2q^2q_\tau-2qq_{\tau\tau}-q_{\tau\tau\tau}\right]-b(t)q(x_1,t)q_\tau=\\&=-4a(t)q(x_0,t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{4\xi_n^2\cdot h_n^2(\xi)+(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)h_n(\xi)\left(\sum_{m=-\infty}^{\infty}\xi_m\frac{\partial\xi_m}{\partial\tau}-\right.\right.\\&\left.\left.-\xi_n\frac{\partial\xi_n}{\partial\tau}+\xi_n\sum_{\substack{m=-\infty\\m\neq n}}^{\infty}\frac{\partial\xi_m}{\partial\tau}\right)\right\}+\sum_{k=-\infty}^{\infty}\alpha_k(t)\left(s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)+c_2(\pi,\lambda_k,\tau,t)\right).\end{aligned}\tag{31}$$

Используя формулы следов (19) и (22), выводим тождества

$$-2\sum_{n=-\infty}^{\infty}\xi_n\frac{\partial\xi_n}{\partial\tau}=2qq_\tau+q_{\tau\tau\tau}, \tag{32}$$

$$\sum_{\substack{m=-\infty\\ m\neq n}}^{\infty}\frac{\partial\xi_m}{\partial\tau}=-\frac{\partial\xi_n}{\partial\tau} \tag{33}$$

Если учитывая формулы (32) и (33), то равенство (31) примет вид

$$q_t-a(t)q(x_0,t)\left[2q^2q_\tau-2qq_{\tau\tau\tau}-q_{\tau\tau\tau}\right]-b(t)q(x_1,t)q_\tau=$$

$$=-4a(t)q(x_0,t)\left\{\sum_{n=-\infty}^{\infty}4\xi_n^2\cdot h_n^2(\xi)-\left(qq_\tau+\frac{1}{2}qq_{\tau\tau}\right)\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)h_n(\xi)-\right.$$

$$\left.-\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)h_n(\xi)\cdot 2\xi_n\frac{\partial\xi_n}{\partial\tau}+\sum_{k=-\infty}^{\infty}\alpha_k(t)\left(s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)+c_2(\pi,\lambda_k,\tau,t)\right)\right.$$

Подставляя сюда выражения (19) и (21), находим

$$q_t-a(t)q(x_0,t)\left[2q^2q_\tau-2qq_{\tau\tau}-q_{\tau\tau\tau}\right]-b(t)q(x_1,t)q_\tau=$$

$$=4a(t)q(x_0,t)\left[q^2q_\tau+\frac{1}{2}q_{\tau\tau}q\right]+\sum_{k=-\infty}^{\infty}\alpha_k(t)\left(s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)+c_2(\pi,\lambda_k,\tau,t)\right).$$

Значит, выполняется тождество:

$$q_t=a(t)q(x_0,t)\left[6q^2q_\tau-q_{\tau\tau\tau}\right]+b(t)q(x_1,t)q_\tau+\sum_{k=-\infty}^{\infty}\alpha_k(t)\left(s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)+c_2(\pi,\lambda_k,\tau,t)\right).$$

Учитывая равенство

$$s_1(\pi,\lambda_k,t)=\left[\left(\psi_1(\tau,\lambda_k,t)\right)^2-\left(\psi_2(\tau,\lambda_k,t)\right)^2\right]=\left(s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)+c_2(\pi,\lambda_k,\tau,t)\right), \tag{34}$$

где $\Delta^2(\lambda_k)=4$ и обозначив через τ через x, получим уравнение (1).

Замечание 2. Равномерная сходимость рядов в вышеуказанных формулах следует из оценки (см. [31]):

$$\gamma_k\equiv\lambda_{2k}-\lambda_{2k-1}=\frac{\left|q_{2k}^n\right|}{2^{n-1}|k|^n}+\frac{\delta_k}{k^{n+1}},\quad n\geq 0$$

где

$$q_{2k}^n\equiv-\frac{1}{\pi}\int_0^\pi q^{(n)}(t)e^{-2ikt}dt,\quad q^{(n)}(x)\equiv\frac{d^n}{dx^n}\left(q(x)\right),\quad q^{(n)}(x)\in L^2(0,\pi),\quad \sum_{k=-\infty}^{\infty}|\delta_k|^2<\infty.$$

Замечание 3. Покажем равномерную сходимость ряда участвующего в уравнение (1). Для этого воспользуемся тождеством (34). Из асимптотических формул для решений $c(x,\lambda,\tau,t)$ и $s(x,\lambda,\tau,t)$ следует оценки

$$s_1(\pi,\lambda_k,\tau,t)+c_2(\pi,\lambda_k,\tau,t)=\underline{\underline{O}}\left(\frac{1}{k}\right),\quad k\to\pm\infty\cdot$$

Это оценка и равенство (34), а также условия

$$\alpha_k(t)=O\left(\frac{1}{k^2}\right),\quad k\to\pm\infty$$

обеспечивают равномерную сходимость ряда участвующего в уравнении (1).

Литература

1. Gardner C., Green I., Kruskal M., Miura R. A method for solving the Korteveg-de Vries equation, Phys. Rev. Lett., –New York, 1967. v.19. – P.1095-1098.
2. Фаддеев Л.Д. Свойства S-матрицы одномерного уравнения Шредингера, Тр. МИ АН СССР, 73 (1964), 314-336.
3. Марченко В.А. Операторы Штурм-Лиувилля и их приложения, Наукова думка, Киев, 1977.
4. Левитан Б.М. Обратные задачи Штурм-Лиувилля, Наука, М.,1984.
5. Lax P.D, Integrals of nonlinear equations of evolution and solitary waves, Comm. Pure and Appl. Math, v. 21, pp. 467-490 (1968).
6. Захаров В.Е., Шабат А.Б. Точная теория двумерной самофокусировки в одномерной автомодуляции волн в нелинейных средах, ЖЭТФ, 61:1 (1971), 118-134.
7. Wadati M, The exact solution of the modified Korteweg-de Vries equation, J. Phys. Soc. Jpn., 32:6 (1972), 44-47.
8. Захаров В.Е., Тахтаджян Л.А., Фаддеев Л.Д. Полное описание решений ”sin-Gordon” уравнения, Докл. АН СССР, 219:6 (1974), 1334-1337.

9. Ablowitz M.J., Kaup D.J., Newell A.C., Segur H. Method for solving the sine-Gordon equation, Phys. Rev. Lett., 30:25 (1973), 1262-1264.
10. Итс А.Р., Матвеев В.Б. Операторы Шредингера с конечнозонным спектром и N-солитонные решения уравнения Кортевега-де Фриза, ТМФ, 23:1 (1975), 51-68.
11. Дубровин Б.А., Новиков С.П. Периодический и условно периодический аналоги многосолитонных решений уравнения Кортевега-де Фриза, ЖЭТФ, 67:12 (1974), 2131-2143.
12. Итс А.Р., Обращения гиперэллиптический интегралов и интегрирование нелинейных дифференциальных уравнений, Вестн. Ленингр. ун-та. Сер. Матем. Механ. Астрон., 7:2 (1976), 39-46.
13. Итс А.Р., Котляров В.П. Явные формулы для решений нелинейного уравнения Шредингера, Докл. АН УССР. Сер.А.,1976, №11, 965-968.
14. Смирнов А.О. Эллиптические решения нелинейного уравнения Шредингера и модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза,Матем. сб., 185:8(1994), 103-114.
15. Смирнов А.О. Эллиптические по t решение нелинейного уравнения Шредингера, ТМФ, 107:2 (1996), 188-200.
16. Melnikov V.K. A direct method for deriving a multisoliton solution for the problem of interaction of waves on the x,y plane, Commun. Math. Phys., 112:4 (1987), 639-652.
17. Melnikov V.K. Integration method of the Korteweg-de Vries equation with a self-consistent source, Phys. Lett. A., 133:9 (1988), p. 493-496.
18. Melnikov V.K. Integration of the nonlinear Schr¨odinger equation with a self-consistent source, Comm.Math.Phys.-Springer, 137:2 (1991), p. 359-381.
19. Melnikov V.K. Integration of the nonlinear Korteweg-de Vries equation with a source, Inverse problems, 6:2 (1990), p. 233-246.
20. Leon J., Latifi A. Solution of an intial- boundary value problem for coupled nonlinear waves, J. Phys. A: Math. Gen., 23:8 (1990), 1385-1403.
21. Claude C., Latifi A., Leon J. Nonlinear resonant scattering and plasma instability: an integrable model, J. Math. Phys, 32:12 (1991), 3321-3330.
22. Zeng Y., Ma W., Lin R. Integration of the soliton hierarchy with self-consistent sources, J.Math.Phys.-California, 2000.-v.41, -№8. –p. 5453-5489.
23. Grinevich P.G., Taimanov I.A. Spectral conservation laws for periodic nonlinear equations of the Melnikov type, Geometry, Topology and Mathematical Physics, Amer. Math. Soc. transl. Ser. 2, 224, eds.V.M.Buchstaber, I.M.Krichever, AMS, Providence, RI, 2008, 125-138.
24. Хасанов А.Б., Яхшимуратов А.Б. Об уравнении Кортевега-де Фриза с самосогласованным источником в классе периодических функций, ТМФ,164:2 (2010), 214-221.
25. Хасанов А.Б., Матякубов М.М. Интегрирование нелинейного уравнения Кортевега-де Фриза с дополнительным членом, ТМФ, Т. 203, №2, (2020), 192-204.
26. Нахушев А.М. Нагруженные уравнения и их приложения, Дифф. ур, 19, 1, 86-94, (1983).
27. Кожанов А.И. Нелинейные нагруженные уравнения и обратные задачи. Вычисл. матем. и матем. физ, 44, 4, 694-716 (2004).
28. Ince E.L. Ordinary differential equations, New York: Dover, 1956.
29. Джаков П.Б., Митягин Б.С. Зоны неустойчивости одномерных периодических операторов Шрёдингера и Дирака, УМН, 61:4(370) (2006), 77-182.
30. Левитан Б.М., Саргсян И.С. Операторы Штурма-Лиувилля и Дирака. –М.:Наука, 1988.-432 с.
31. Мисюра Т.Б. Характеристика спектров периодической и антипериодической краевых задач, порождаемых операцией Дирака I. Теория функции, функциональный анализ и их приложения, 30, ред. В.А. Марченко, Вища школа, Хорьков, 1978, 90 -101.
32. Харак-теристика спектров периодической и антипериодической краевых задач, порождаемых операцией Дирака II. 31, 1979, 102-109; Конечнозонные оператор Дирака, 33, 1980, 107-111;
33. Аппроксимация периодического потенциала оператора Дирака конечнозонными, 36, 1981, 55-65; Асимптотическая формула для вейлевских решений уравнений Дирака, 57, 1992, 33-50.
34. Khasanov A.B., Allanazarova T.J. On the modified Korteweg–de-Vries equation with loaded term. Ukrainian Mathematical Journal, Vol. 73, No. 11, April, 2022. pp 1783-1809. (Scopus).
35. Khasanov A.B., Allanazarova T.J. Integration of the nonlinear modified Korteweg – de Vriez equation with a loaded term. Uzbek mathematical Journal. 2020, №2, pp.85-98.

SAMARQAND UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTNOMASI

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК **SCIENTIFIC REPORTS**

Texnik muharrir **Sh.Xoliqulov**

Muharrirlar:

I.Sulaymonov - fil.f.d., dotsent
E.Arziqulov - f.-m.f.d., dotsent
O.Yusupova - fil.f.n., dotsent

Mas'ul muharrirlar:

A. Sh. Yarmuxamedov - f.-m.f.n.
X. S. Haydarov - f.-m.f.n., dotsent

Muassis: Samarqand davlat universiteti Manzil: 140104,
Samarqand shahri, Universitet xiyoboni, 15.
Telefon: (0 366) 240-38-47, Faks: (0 366) 239-13-87 e-mail:
axborotnoma.uz
SamDU «Ilmiy axborotnoma» jurnali tahririyati kompyuterida terildi. Bosishga 30.06.2023-yilda ruxsat etildi. Qog'oz o'lchami A-4. Nashriyot hisob tabog'i 10,00.
Buyurtma raqami 570. Adadi 30 nusxa.

ISSN 2181-1296

