ISNN:2181-1296



SHAROF RASHIDOV NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

САМАРКАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ШАРОФА РАШИДОВА

SAMARKAND STATE UNIVERSITY NAMED AFTER SHAROF RASHIDOV

ILMIY AXBOROTNOMA

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК SCIENTIFIC JOURNAL

ANIQ VA TABIIY FANLAR SERIYASI

Matematika, Mexanika, Informatika
Fizika, Kimyo, Biologiya, Geografiya

№ 3/1 (139)
2023

ISSN 2181-1296

ILMIY AXBOROTNOMA

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК — SCIENTIFIC JOURNAL

2023-yil, 3-son 1-seriya (139) **ANIQ VA TABIY FANLAR SERIYASI**

Matematika, Mexanika, Informatika, Fizika, Kimyo, Biologiya, Geografiya

Samarqand viloyat matbuot boshqarmasida ro‘yxatdan o‘tish tartibi 09-25.
Jurnal 1999-yildan chop qilina boshlagan va OAK ro‘yxatiga kiritilgan.

BOSH MUHARRIR **R. I. XALMURADOV, t.f.d., professor**
BOSH MUHARRIR O‘RINBOSARLARI: **H.A. XUSHVAQTOV, f-m.f.d., dotsent**
A. M. NASIMOV, t.f.d., professor

TAHRIRIYAT KENGASHI:

ANIQ FANLAR

SH.A.ALIMOV	- O‘zFA akademigi
S.N.LAKAYEV	- O‘zFA akademigi (SamDU)
M.M.MIRSAIDOV	- O‘zFA akademigi
A.S.SOLEEV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)
I.A.IKROMOV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)
B.X.XO‘JAYAROV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)
A.G.YAGOLA	- f.-m.f .d., professor (Moskva davlat universiteti, Rossiya)
I.I.JUMANOV	- f.-m.f .d., professor (SamDU)
X.X.XUDOYNAZAROV	- t.f.d., professor (SamDU)
ALBERTO DEL BIMBO	- Florensiya universiteti professori, Italiya
L.SABIROV	- f.-m.f .d., professor (SamDU)
A.JUMABOYEV	- f.-m.f .d., professor (SamDU)
N.N.NIZAMOV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)
O.Q.QUVONDIQOV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)
I.A.RAXMATULLAYEV	- f.-m.f .d., professor
A.SH.YARMUXAMEDOV	- f.-m.f.n., (SamDU)
X.S.XAYDAROV	- f.-m.f.n., dotsent (SamDU)

TABIY FANLAR

M.X.ASHUROV	- O‘zFA akademigi
N.B. FERAPONTOV	- k.f .d., professor (Moskva davlat universiteti, Rossiya)
SH. M. TUGIZOV	- professor, Koliforniya universiteti, AQSh
H. I. AKBAROV	- k.f.d., professor (O'zMU)
E. A. ABDURAXMONOV	- k.f.d., professor (SamDU)
N. K. MUXAMADIYEV	- k.f.d., professor (SamDU)
L. A. BULAVIN	- Kiyev milliy universiteti professori, Ukraina
X. Q. XAYDAROV	- b.f.d., professor (SamDU)
Z. I. IZZATULLAYEV	- b.f.d., professor (SamDU)
Sh. T. XOLIQULOV	- q-x.f.d., professor (SamDU)
S. B. ABBASOV	- g.f.d., professor (SamDU)
Q. S. YARASHEV	- g.f.d., professor (SamDU)
GUN-SIK PARK	- Seul univeriteti professori,
D.B.XURSANOV	- g.f.f.d., dotsent (SamDU)
M. S. QUZIYEV	- b.f.f.d., dotsent (SamDU)

Obuna indeksi – yakka tartibdagi obunachilar uchun **- 5583,**
tashkilot, korxonalar uchun **- 5584**

MUNDARIJA	
Taniqli fan va davlat arbobi, O'zr FA polimerlar kimyosi va fizikasi instituti direktori, akademik Sayyora Rashidova 80 yoshda.....	3-4
Badalov K., Ibadov R., Ibragimov A., Murodov S. *Wormhole and black hole solutions in einstein-scalar-gauss-bonnet theories.....*	5-9
Toshpulatov D.T., Kurbonov A.M., Samiyev A.A., Xursandov J.M., Mirzayev Sh.E., Tashpulatov X.Sh., Nasimov A.M. *Zol-gel qatlamga Co(II) komplekslarini biriktirish va uning fotokimyoviy xossalarini o'rganish…….*	10-15
Rustamova N., Davranov K., Abulimiti Yili. *Optimization of culture condition for growth and production of bioactive secondary metabolites by endophytic fungus Thermothelomyces thermophiles* XJF-9……..…….	16-22
Xamidov A.M., Maxmudova Y.A., Nurullayeva F.N., Ro'zimuradov O.N. *TiO_2 yoki ZrO_2 Nanotrubkalarida poliefir-efir-keton sulfonat asosida namlikka sezgir nanokompozit qattiq ion o'tkazgichlar sintezi……..*	23-28
Abdullayev J.I., Ibragimov H.H. *Pifagor va Eyler g'ishtlari uchun parametrik tenglamalar……..*	29-34
Shukurov J.X., Fayzullayev N.I. *Mahalliy xomashyolar asosida dimetilefir olishga turli omillarning ta'siri……..……*	35-41
Nurutdinova F.M., Rasulova Y.Z., Jahonqulova Z.V. *Apis mellifera jonsiz asalaridan sintez qilingan xitin-xitozan fizik-kimyoviy tadqiqotlari ……*	42-46
Аллаков И., Музропова Н.С. *О количество решений одной квадратной уравнение в простых числах……..…….*	47-51
Jumabaev A., Absanov A., Ernazarov Z., Shodiyev A., Umarov S. *Raman spectra and ab-initio calculation analysis of intermolecular interactions in ethylacetate…..*	52-57
Яхшиликова Л., Ўрозов Т., Маматов А., Ўринов Ж., Кобилов Т. *Синтез новых производных макроциклических и пинцерных лигандов, содержащих тауриновые фрагменты……*	58-62
Parmanov A.B., Nurmanov S.E., Tursunov Sh.Sh., Bekboyeva N.U., Xolmuhammedov N.D. *Benzoy kislotaning fenilatsetilen bilan katalitik reaksiyasi……*	63-67
Sultanov M.U., Yo'ldashev S.K., Yakhshiboyev Q.X. *Yuqori energiyali adron-yadro va yadro-yadro to'qnashuvlar uchun fritiof modeli……..…….*	68-74
Сайидов О.Ж. *Оптимальное управление для системы нелинейных разностных уравнений на основе построения интегрального многообразия ……..…….*	75-81
Нормуродов Х.Н. *Задача коши для нелинейного уравнения типа синус-гордона в классе периодических бесконечнозонных функций……..……*	82-91
Кувандиков О., Субханкулов И., Ражабов Р.М., Хомитов Ш.А., Бакаев Г.С. *Электрические, гальваномагнитные и магнитные свойств в аморфных сплавах на основе переходных металлов ……..……*	92-98
Ахмеджанов Ф. Р., Тугалов Ф. Б. *Температурная зависимость скорости и затухания акустических волн в гамма облученных кристаллах фторида лития……..……*	99-103
Алланазарова Т. Ж. *Интегрирование модифицированного уравнения кортевега-де фриза с нагруженными членами и источником в виде суммы……..……*	104-112
Зиёев Б.Т., Набиев А.А., Маматалиев А.А., Намазов Ш.С., Рузиев И.Х., *Физико-химические свойства некоторых минералов доломита Узбекистана……*	113-117

Ergashev S.Sh., Burxonov O.A., Karimov R.G., Sanaqulov Sh.M. *Tres-1 b va qatar-1 b ekzosayyoralarning ravshanlik egri chizig'i tahlili natijalari…….*	118-122
G'aniyev Sh.R., Shirinboyev D.N. *O'rta zarafshon havzasidagi kichik daryolar va soylar oqimining yillararo tebranishi ……..……*	123-127
Холмуродова Д.К., Киямова Д.Ш. *Исследование структуры, физико-химических свойств выбранных органических и неорганических ингредиентов на основе местного и вторичного сырья, применительно к разработке угольных брикетов……..…….*	128-132
Tirkasheva S.I., Ziyadullayev O.E., Otamuxamedova G.Q., Muzalevskiy V.M., Nenaydenko V.G. *Terminal atsetilen spirtlarining oksidlanishi asosida diindiollar sintezi ……..*	133-140
Isokov Y.X., Yaxyoyev U.A., Mixliyev O.A., Zyoyev B.T. *Faollantirilgan ko'mirga monokomponentli eritmalar sorbsiyasi ……..……*	141-146
Иноятилло О. *Измерение загрязнения воздуха с помощью наноспутника……..……*	147-151
Абдулахадова Г.Ш., Зухритдинова Н.Ю., Кутлиева Г.Дж., Тураева Б.И., Юлдошева Х.А. *Антимикробная активность молочнокислых бактерий……*	152-156

УДК 517.957 **DOI: https://doi.org/10.59251/2181-1296.2023.v4.139.1.2107**

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ТИПА СИНУС-ГОРДОНА В КЛАССЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ БЕСКОНЕЧНОЗОННЫХ ФУНКЦИЙ

Х.Н. Нормуродов
Самаркандский государственный университет имени Шарофа Рашидова
Email: normurodov@samdu.uz

Аннотация. В данной работе метод обратной спектральной задачи применяется для интегрирования нелинейного уравнения типа синус-Гордона в классе периодических бесконечнозонных функций. Вводится эволюция спектральных данных периодического оператора Дирака, коэффициент которого является решением нелинейного уравнения типа синус-Гордона. Доказано разрешимость задачи Коши для бесконечной системы дифференциальных уравнений Дубровина в классе три раз непрерывно дифференцируемых периодических бесконечнозонных функций. Показано, что сумма равномерно сходящегося функционального ряда построенного с помощью решения системы уравнений Дубровина и формула первого следа, удовлетворяет уравнению типа синус-Гордона.

Ключевые слова. уравнения типа синус-Гордона, оператор Дирака, спектральные данные, система уравнений Дубровина, формулы следов.

Davriy cheksiz zonali funksiyalar sinfida sinus-godon tipidagi nochiziqli tenglama uchun koshi masalasi

Annotatsiya. Ushbu ishda, teskari spektral masalalar usulidan foydalangan holda, sinus-Gordon tipidagi nochiziqli tenglama davriy cheksiz zonali funksiyalar sinfida integrallangan. Dirak operatorining koeffitsiyenti sinus-Gordon tipidagi nochiziqli tenglamani qanoatantirganda, spektral berilganlarning evolyutsiyasi keltirib chiqarilgan. Cheksiz noma'lumli cheksizta Dubrovin differensial tenglamalar sistemasiga qo'yilgan Koshi masalasining yechimga egaligi uch marta uzluksiz differensialllanuvchi davriy funksiyalar sinfida isbotlangan. Dubrovin differensial tenglamalar sistemasi yechimi hamda birinchi izlar formulasi orqali qurilgan tekis yaqinlashuvchi funksional qatorning yig'indisi sinus-Gordon tipidagi tenglamani qanoatlantirishi ham ko'rsatilgan.

Kalit so‘zlar: sinus-Gordon tipidagi tenglama, Dirak operatori, spektral berilganlar, Dubrovin tenglamalar sistemasi, izlar formulalari.

The cauchy problem for a nonlinear sine-gordon type equation in the class of periodic infinite-zone functions

Abstract. In this paper, the inverse spectral problem method is used to integrate a nonlinear sine-Gordon type equation in the class of periodic infinite-gap functions. The evolution of the spectral data of the periodic Dirac operator is introduced, the coefficient of Dirac operator is the solution of a nonlinear equation of the sine-Gordon type. The solvability of the Cauchy problem for an infinite system of differential equations of Dubrovin in the class of three times continuously differentiable periodic infinite-gap functions is proved. It is shown that the sum of a uniformly convergent functional series constructed by solving the system of Dubrovin's equations and the first trace formula satisfies a sine-Gordon type equation.

Keywords: sine-Gordon type equations, Dirac operator, spectral data, Dubrovin's system of equations, trace formulas.

Уравнения синус-Гордона

$$u_{xt} = \sin u,\ u = u(x,t),\ x \in R,\ t > 0$$

была интегрирована в работах [1], [2], а также [3], [4], [5], [6] в классе быстроубывающих и конечнозонных функций. Кроме того, для конечнозонных решений была выведена явная формула через тета-функции Римана. Таким образом ими (см. [3], [4], [5], [6]) была доказана разрешимость задачи Коши для уравнения синус-Гордона при любых конечнозонных начальных данных. Более подробно эта теория изложена в монографиях [7], [8], а также [9].

В настоящей работе рассматривается задача Коши для нелинейного уравнения типа синус-Гордона вида (см. [10, стр. 16]):

$$q_{xt} = a(t)chq, \quad q = q(x,t),\ x \in R,\ t > 0 \tag{1}$$

с начальным условием

$$q(x,t)\big|_{t=0} = q_0(x), \quad q_0(x+\pi) = q_0(x) \in C^3(R) \tag{2}$$

в классе действительных бесконечнозонных π -периодических по x функций:

$$q(x+\pi,t) = q(x,t), \quad q(x,t) \in C^{1,1}_{x,t}(t>0) \cap C(t \geq 0)\,. \tag{3}$$

Здесь $a(t) \in C\big([0,\infty)\big)$ – заданная непрерывная ограниченная функция.

Нетрудно убедиться, что условия совместности линейных уравнений

$$y_x = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} q_x & -2\lambda \\ 2\lambda & -q_x \end{pmatrix} y, \quad y_t = \frac{a(t)}{4\lambda}\begin{pmatrix} 0 & e^q \\ e^{-q} & 0 \end{pmatrix} y, \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix},$$

эквивалентны уравнению (1) для функции $q = q(x,t),\ x \in R,\ t > 0$.

Известно [11], что если $q(x) = 2a\cos 2x,\ a \neq 0$, то в спектре оператора Штурма-Лиувилля $Ly \equiv -y'' + q(x)y,\ x \in R$ открыты все лакуны, иначе говоря, $q(x)$ -периодический бесконечнозонный потенциал. Аналогичные примеры имеются для периодического оператора Дирака [12].

В данной работе предлагается алгоритм построения периодических бесконечнозонных решений $q(x,t),\ x\hat{I}\ R,\ t>0,$ задачи (1)-(3) сведением ее к обратной спектральной задачи для оператора Дирака:

$$L(\tau,t)y \equiv B\frac{dy}{dx} + \Omega(x+\tau,t)y = \lambda y,\ x \in R,\ t > 0,\ \tau \in R\,, \tag{4}$$

где

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},\ \Omega(x,t) = \begin{pmatrix} P(x,t) & Q(x,t) \\ Q(x,t) & -P(x,t) \end{pmatrix},\quad P(x,t) \equiv 0,\ \ Q(x,t) = \frac{1}{2}q'_x(x,t).$$

Отметим, что задача Коши в классе периодических и почтипериодических бесконечнозонных функций для нелинейных эволюционных уравнений без источника и с источником, а также с дополнительным членом в различных постановках изучались в работах [13]-[21], а также [22-26].

Обозначим через $c(x,\lambda,\tau,t) = \big(c_1(x,\lambda,\tau,t), c_2(x,\lambda,\tau,t)\big)^T$ и $s(x,\lambda,\tau,t) = \big(s_1(x,\lambda,\tau,t),$ $s_2(x,\lambda,\tau,t)\big)^T$ решения уравнения (4) с начальными условиями $c(0,\lambda,\tau,t) = (1,0)^T$ и $s(0,\lambda,\tau,t) = (0,1)^T$. Функция $\Delta(\lambda,\tau,t) = c_1(\pi,\lambda,\tau,t) + s_2(\pi,\lambda,\tau,t)$ называется функцией Ляпунова для уравнения (4).

Спектр оператора Дирака $L(\tau,t)$ чисто непрерывен и состоит из множества

$$\sigma(L) = \big\{\lambda \in R : |\Delta(\lambda)| \leq 2\big\} = R \setminus \left(\bigcup_{n=-\infty}^{\infty} (\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}) \right).$$

Интервалы $(\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}),\ n \in Z \setminus \{0\}$ называются лакунами, где λ_n, корни уравнения $\Delta(\lambda) \mp 2 = 0$. Они совпадают с собственными значениями периодической или антипериодической $y(0,\lambda,\tau,t) = \pm y(\pi,\lambda,\tau,t)$ задачи для уравнения (4). Нетрудно доказать, что $\lambda_{-1} = \lambda_0 = 0$, т.е. $\lambda = 0$ является двукратным собственным значением периодической задачи для уравнения (4).

Корни уравнения $s_1(\pi,\lambda,\tau,t) = 0$ обозначим через $\xi_n(\tau,t), n \in Z \setminus \{0\}$ и при этом $\xi_n(\tau,t) \in [\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}], n \in Z \setminus \{0\}$. Так как коэффициент в уравнении (4) имеет вид $P(x,t) \equiv 0,\ \ Q(x,t) = \frac{1}{2}q'_x(x,t)$, то справедливо $\lambda_{-1} = \lambda_0 = \xi_0 = 0$, т.е. $\xi = 0$ является собственным значением задачи Дирихле.

Числа $\xi_n(\tau,t), n \in Z \setminus \{0\}$, и знаки $\sigma_n(\tau,t) = sign\{s_2(\pi,\xi_n,\tau,t) - c_1(\pi,\xi_n,\tau,t)\},\quad n \in Z \setminus \{0\},$ называются спектральными параметрами оператора $L(\tau,t)$. Спектральные параметры

$\xi_n(\tau,t),\sigma_n(\tau,t)=\pm1,\ n\in Z\setminus\{0\}$ и границы спектра $\lambda_n(\tau,t),n\in Z\setminus\{0\}$, называются спектральными данными оператора Дирака $L(\tau,t)$.

Задача восстановление коэффициента $\Omega(x,t)$ оператора $L(\tau,t)$ по спектральным данным называется обратной задачей. Коэффициент $\Omega(x,t)$ оператора $L(\tau,t)$ определяются однозначно по спектральным данным $\{\lambda_n(\tau,t),\xi_n(\tau,t),\sigma_n(\tau,t)=\pm1\},n\in Z\setminus\{0\}$.

Если с помощью начальной функции $q_0(x+\tau),\tau\in R,$ построим оператор Дирака $L(\tau,0)$ вида

$$L(\tau,t)y\equiv B\frac{dy}{dx}+\Omega_0(x+\tau)y=\lambda y,\ x\in R,\ \tau\in R \tag{5}$$

$$B=\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix},\ \Omega_0(x)=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0&q_0'(x)\\q_0'(x)&0\end{pmatrix},\ y=\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix},$$

то мы увидим, что границы спектра $\lambda_n(\tau),\ n\in Z$, полученной задачи не зависят от параметра $\tau\in R,$ т.е. $\lambda_n(\tau)=\lambda_n,\ n\in Z$, а спектральные параметры от параметра τ зависят: $\xi_n^0=\xi_n^0(\tau),\ \sigma_n^0=\sigma_n^0(\tau)=\pm1,\ n\in Z,$ и являются периодическими функциями:

$$\xi_n^0(\tau+\pi)=\xi_n^0(\tau),\ \sigma_n^0(\tau+\pi)=\sigma_n^0(\tau),\ \tau\in R,\ n\in Z.$$

Решая прямую задачу, находим спектральные данные $\{\lambda_n,\ \xi_n^0(\tau),\ \sigma_n^0(\tau),\ n\in Z\setminus\{0\}\}$ оператора $L(\tau,0)$.

Обратная задача для оператора Дирака вида

$$Ly\equiv\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y_1'\\y_2'\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}p(x)&q(x)\\q(x)&-p(x)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}=\lambda\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix},\ x\in R$$

с периодическими коэффициентами $p(x+\pi)=p(x),\ q(x+\pi)=q(x),$ в различных постановках изучены в работах [28-32] и [34-36].

Основной результат настоящей работы содержится в следующей теореме.

Теорема 1. Пусть $q(x,t),\ x\hat{I}\ R,\ t>0,$ решение задачи (1)-(3). Тогда границы спектра $\lambda_n(\tau,t),\ n\in Z\setminus\{0\},$ оператора $L(\tau,t)$ не зависят от параметров τ и t т.е. $\lambda_n(\tau,t)=\lambda_n,\ n\in Z\setminus\{0\},$ а спектральные параметры $\xi_n(\tau,t),\sigma_n(\tau,t)=\pm1,\ n\in Z\setminus\{0\},$ удовлетворяют соответственно первой и второй системе дифференциальных уравнений Дубровина:

1. $$\frac{\partial\xi_n(\tau,t)}{\partial t}=2(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)h_n\big(\xi(\tau,t)\big)\xi_n(\tau,t),\ n\in Z\setminus\{0\};\tag{6}$$

2. $$\frac{\partial\xi_n(\tau,t)}{\partial t}=2(-1)^{n}\sigma_n(\tau,t)h_n\big(\xi(\tau,t)\big)g_n\big(\xi(\tau,t)\big),\ n\in Z\setminus\{0\}.\tag{7}$$

Здесь знак $\sigma_n(\tau,t)=\pm1,\ n\in Z\setminus\{0\},$ меняется на противоположный при каждом столкновении точки $\xi_n(\tau,t),n\in Z\setminus\{0\},$ с границами своей лакуны $[\lambda_{2n-1},\lambda_{2n}]$.

Кроме того, выполняются следующие начальные условия

$$\xi_n(\tau,t)\big|_{t=0}=\xi_n^0(\tau),\ \sigma_n(\tau,t)\big|_{t=0}=\sigma_n^0(\tau),\ n\in Z\setminus\{0\},\tag{8}$$

где $\xi_n^0(\tau),\ \sigma_n^0(\tau)=\pm1,\ n\in Z\setminus\{0\}$ –спектральные параметры оператора Дирака $L(\tau,0)$. Последовательности $h_n(\xi)$ и $g_n(\xi),\ n\in Z\setminus\{0\}$ участвующие в уравнении (7) определяется по формулам:

$$h_n(\xi)=\sqrt{(\xi_n(\tau,t)-\lambda_{2n-1})(\lambda_{2n}-\xi_n(t,\tau))}\times f_n(\xi),$$

$$f_n(\xi)=\sqrt{\prod_{\substack{k=-\infty\\k\neq n}}^{\infty}\frac{(\lambda_{2k-1}-\xi_n(\tau,t))(\lambda_{2k}-\xi_n(\tau,t))}{(\xi_k(\tau,t)-\xi_n(\tau,t))^2}},\ g_n(\xi)=\frac{a(t)}{4\xi_n(\tau,t)}\exp\{q(\tau,t)\},\tag{9}$$

$$\xi=\xi(\tau,t)=\big(..,\xi_{-n}(\tau,t),...,\xi_{-1}(\tau,t),\xi_1(\tau,t),...,\xi_n(\tau,t),...\big).$$

Доказательство. Пусть π-периодическая по x функция $q(x,t),\ x\in R,\ t>0$ удовлетворяет уравнению (1). Обозначим через $y_n=(y_{n,1}(x,\tau,t),y_{n,2}(x,\tau,t))^T$, $n\in Z\setminus\{0\}$ ортонормированные собственные вектор-функции оператора $L(\tau,t)$, рассматриваемого на отрезке $[0,\pi]$ с граничными условиями Дирихле

$$y_1(0,\tau,t)=0,\quad y_1(\pi,\tau,t)=0, \tag{10}$$

соответствующие собственным значениям $\xi_n=\xi_n(\tau,t),\ n\in Z\setminus\{0\}$. Дифференцируя по t тождество

$$\xi_n(\tau,t)=(L(\tau,t)y_n,y_n),\ n\in Z\setminus\{0\},$$

и используя симметричность оператора $L(\tau,t)$, имеем

$$\frac{\partial\xi_n(\tau,t)}{\partial t}=(\dot{\Omega}(x+\tau,t)y_n,y_n),\ n\in Z\setminus\{0\}. \tag{11}$$

Используя явный вид скалярного произведения

$$(y,z)=\int_0^\pi[y_1(x)\overline{z_1(x)}+y_2(x)\overline{z_2(x)}]dx,\ y=\begin{pmatrix}y_1(x)\\y_2(x)\end{pmatrix},\ z=\begin{pmatrix}z_1(x)\\z_2(x)\end{pmatrix},$$

равенство (11) перепишем в виде

$$\frac{\partial\xi_n(\tau,t)}{\partial t}=\int_0^\pi y_{n,1}y_{n,2}q_{xt}dx. \tag{12}$$

Подставляя (1) в (12), получаем равенство

$$\frac{\partial\xi_n(\tau,t)}{\partial t}=\frac{a(t)}{2}I_1(\tau,t)+\frac{a(t)}{2}I_2(\tau,t), \tag{13}$$

где

$$I_1(\tau,t)=\int_0^\pi\left[y_{n,1}y_{n,2}e^{q(x+\tau,t)}\right]dx, \tag{14}$$

$$I_2(\tau,t)=\int_0^\pi\left[y_{n,1}y_{n,2}e^{-q(x+\tau,t)}\right]dx \tag{15}$$

Применяя тождество

$$\begin{cases}y_{n,1}(x,\tau,t)=\dfrac{1}{\xi_n(\tau,t)}\left(y'_{n,2}(x,\tau,t)+\dfrac{1}{2}q'_x(x+\tau,t)y_{n,2}(x,\tau,t)\right)\\ y_{n,2}(x,\tau,t)=\dfrac{1}{\xi_n(\tau,t)}\left(-y'_{n,1}(x,\tau,t)+\dfrac{1}{2}q'_x(x+\tau,t)y_{n,1}(x,\tau,t)\right)\end{cases}$$

нетрудно вычислить $I_1(\tau,t)$ и $I_2(\tau,t)$:

$$I_1(\tau,t)=\int_0^\pi\left[y_{n,1}y_{n,2}e^{q(x+\tau,t)}\right]dx=\frac{1}{\xi_n(\tau,t)}\int_0^\pi\left[y_{n,2}e^{q(x+\tau,t)}\left(y'_{n,2}(x,\tau,t)+\frac{1}{2}q'_x(x+\tau,t)y_{n,2}(x,\tau,t)\right)\right]dx=$$
$$=\frac{1}{2\xi_n(\tau,t)}\int_0^\pi\left[y_{n,2}^2e^{q(x+\tau,t)}\right]'dx=\frac{1}{2\xi_n(\tau,t)}e^{q(\tau,t)}\left[y_{n,2}^2(\pi,\tau,t)-y_{n,2}^2(0,\tau,t)\right], \tag{16}$$

$$I_2(\tau,t)=\int_0^\pi\left[y_{n,1}y_{n,2}e^{-q(x+\tau,t)}\right]dx=\frac{1}{\xi_n(\tau,t)}\int_0^\pi\left[y_{n,1}e^{-q(x+\tau,t)}\left(-y'_{n,1}(x,\tau,t)+\frac{1}{2}q'_x(x+\tau,t)y_{n,1}(x,\tau,t)\right)\right]dx=$$

$$=-\frac{1}{2\xi_n(\tau,t)}\int_0^\pi\left[y_{n,1}^2e^{-q(x+\tau,t)}\right]'dx=0. \tag{17}$$

Подставляя (16) и (17) в тождество (13), получим

$$\frac{\partial \xi_n(\tau,t)}{\partial t}=\frac{a(t)}{4\xi_n(\tau,t)}e^{q(\tau,t)}\left[y_{n,2}^2(\pi,\tau,t)-y_{n,2}^2(0,\tau,t)\right]. \tag{18}$$

Так как собственные значения $\xi_n(\tau,t)$ задачи Дирихле для уравнения (4) простые, то справедливо равенство

$$y_n(x,\tau,t)=\frac{1}{c_n(\tau,t)}s(x,\xi_n(\tau,t),\tau,t),$$

где

$$c_n^2(\tau,t)=\int_0^{\pi}[s_1^2(x,\tau,\xi_n(\tau,t),t)+s_2^2(x,\tau,\xi_n(\tau,t),t)]dx=-\frac{\partial s_1(\pi,\tau,\xi_n(\tau,t),t)}{\partial\lambda}\cdot s_2(\pi,\tau,\xi_n(\tau,t),t).$$

Используя эти равенства, имеем

$$y_{n,2}^2(\pi,\tau,t)-y_{n,2}^2(0,\tau,t)=-\frac{s_2(\pi,\tau,\xi_n(\tau,t),t)-\dfrac{1}{s_2(\pi,\tau,\xi_n(\tau,t),t)}}{\dfrac{\partial s_1(\pi,\tau,\xi_n(\tau,t),t)}{\partial\lambda}}.$$

Подставляя в это соотношение равенство

$$s_2(\pi,\tau,\xi_n(\tau,t),t)-\frac{1}{s_2(\pi,\tau,\xi_n(\tau,t),t)}=\sigma_n(\tau,t)\sqrt{\Delta^2(\xi_n(\tau,t))-4}$$

получим

$$y_{n,2}^2(\pi,\tau,t)-y_{n,2}^2(0,\tau,t)=-\frac{\sigma_n(\tau,t)\sqrt{\Delta^2(\xi_n(\tau,t))-4}}{\dfrac{\partial s_1(\pi,\tau,\xi_n(\tau,t),t)}{\partial\lambda}}. \tag{19}$$

Учитывая разложения

$$\Delta^2(\lambda)-4=-4\pi^2\prod_{k=-\infty}^{\infty}\frac{(\lambda-\lambda_{2k-1})(\lambda-\lambda_{2k})}{a_k^2},$$

$$s_1(\pi,\lambda,t)=\pi\prod_{k=-\infty}^{\infty}\frac{\xi_k-\lambda}{a_k},$$

где $a_0=1$ и $a_k=k$ при $k\neq 0$, перепишем равенство (19) в виде

$$y_{n,2}^2(\pi,\tau,t)-y_{n,2}^2(0,\tau,t)=2(-1)^n\sigma_n(\tau,t)h_n(\xi).$$

Подставляя это выражение в тождество (18), получим (7). Аналогично предыдущему можно доказать (6).

Если заменить граничные условия Дирихле периодическими $\left(y(0,\tau,t)=y(\pi,\tau,t)\right)$ или антипериодическими $\left(y(0,\tau,t)=-y(\pi,\tau,t)\right)$ граничными условиями, то вместо уравнения (18), получим

$$\frac{\partial\lambda_n(\tau,t)}{\partial t}=0\text{ , т.е. }\lambda_n(\tau,t)=\lambda_n(\tau,0),\ n\in Z\setminus\{0\}.$$

Теперь в уравнении $L(\tau,t)v_n=\lambda_n(\tau,t)v_n,\ n\in Z\setminus\{0\}$, положим $t=0$. Так как собственные значения $\lambda_n(\tau)=\lambda_n(\tau,0),\ n\in Z\setminus\{0\}$, периодической или антипериодической задачи для уравнения $L(\tau,0)v_n=\lambda_n(\tau)v_n,\ n\in Z\setminus\{0\}$, не зависят от параметра $\tau\in R$, имеем $\lambda_n(\tau,t)=\lambda_n(\tau)=\lambda_n,\ n\in Z\setminus\{0\}$. Теорема доказана.

Лемма 1. Справедливы следующие формулы следов

$$q_\tau'(\tau,t)=2\sum_{\substack{k=-\infty,\\ k\neq 0}}^{\infty}(-1)^{k-1}\sigma_k(\tau,t)h_k\left(\xi(\tau,t)\right), \tag{20}$$

$$\left(\frac{1}{2}q_\tau(\tau,t)\right)^2+\frac{1}{2}q_{\tau\tau}(\tau,t)=\sum_{\substack{k=-\infty,\\ k\neq 0}}^{\infty}\left(\frac{\lambda_{2k-1}^2+\lambda_{2k}^2}{2}-\xi_k^2(\tau,t)\right). \tag{21}$$

Далее, учитывая формулы следов (20) и (21), систему (7) можно переписать в замкнутой форме:

$$\frac{\partial\xi_n(\tau,t)}{\partial t}=2(-1)^n\sigma_n(\tau,t)\sqrt{(\xi_n(\tau,t)-\lambda_{2n-1})(\lambda_{2n}-\xi_n(t,\tau))}\cdot f_n(\xi)\cdot g_n(\xi), \tag{22}$$

где

$$g_n(\xi)=\frac{a(t)}{4\xi_n(\tau,t)}\exp\left\{C(t)+2\int_0^\tau\left(\sum_{k=-\infty,k\neq 0}^{\infty}(-1)^{k-1}\sigma_k(s,t)h_k(\xi(s,t))\right)ds\right\}. \tag{23}$$

Здесь $C(t)$ – некоторая ограниченная непрерывная функция.

В результате замены переменных

$$\xi_n(\tau,t)=\lambda_{2n-1}+(\lambda_{2n}-\lambda_{2n-1})\sin^2 x_n(\tau,t),\ n\in Z\setminus\{0\} \tag{24}$$

систему дифференциальных уравнений Дубровина (22) и начальные условия (8) можно переписать в виде одного уравнения в банаховом пространстве K:

$$\frac{dx(\tau,t)}{dt}=H(x(\tau,t)),\ \ x(\tau,t)\big|_{t=0}=x^0(\tau)\in K, \tag{25}$$

где

$$K=\left\{x(\tau,t)=(...,x_{-1}(\tau,t),x_1(\tau,t),...):\ \|x(\tau,t)\|=\sum_{n=-\infty,n\neq 0}^{\infty}(\lambda_{2n}-\lambda_{2n-1})|x_n(\tau,t)|<\infty\right\},$$

$$H(x)=(...,H_{-1}(x),H_1(x),...),\qquad H_n(x)=(-1)^n\sigma_n(0)\cdot g_n(...,\lambda_1+(\lambda_2-\lambda_1)\sin^2 x_1(\tau,t),...)\times$$

$$\times f_n(...,\lambda_1+(\lambda_2-\lambda_1)\sin^2 x_1(\tau,t),,...)=(-1)^n\sigma_n(0)g_n(x(\tau,t))\,f_n(x(\tau,t)).$$

Известно, что если $q_0(x+\pi)=q_0(x)\in C^3(R)$, то $(q_0(x))'\in C^2(R)$. Поэтому для длины лакун оператора $L(\tau,0)$, имеет место оценка (см. [29], стр. 98):

$$\gamma_k\equiv\lambda_{2k}-\lambda_{2k-1}=\frac{|q_{2k}^2|}{2|k|^2}+\frac{\delta_k}{|k|^3}, \tag{26}$$

где

$$\lambda_{2k}=k+\sum_{j=1}^{3}c_jk^{-j}+2^{-2}|k|^{-2}|q_{2k}^2|+|k|^{-3}\varepsilon_k^+,\quad \lambda_{2k}=k+\sum_{j=1}^{3}c_jk^{-j}-2^{-2}|k|^{-2}|q_{2k}^2|+|k|^{-3}\varepsilon_k^-,$$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty}|q_{2k}^2|^2<\infty,\ \ \sum_{k=-\infty}^{\infty}(\varepsilon_k^+)^2<\infty,\ \ \delta_k=\varepsilon_k^+-\varepsilon_k^-.$$

Отсюда, учитывая $\xi_n(\tau,t)\in[\lambda_{2n-1},\lambda_{2n}]$, получим

$$\inf_{k\neq n}|\xi_n(\tau,t)-\xi_k(\tau,t)|\geq a>0.$$

Теперь, пользуясь этим неравенством и (24), оценим функции

$$|f_n(x(\tau,t))|,\left|\frac{\partial f_n(x(\tau,t))}{\partial x_m}\right|\ \text{и}\ |g_n(x(\tau,t))|,\left|\frac{\partial g_n(x(\tau,t))}{\partial x_m}\right|.$$

Лемма 2. Справедливы следующие оценки:

$$C_1\leq|f_n(x(\tau,t))|\leq C_2,\ \left|\frac{\partial f_n(x(\tau,t))}{\partial x_m}\right|\leq C_3\gamma_m, \tag{27}$$

$$|g_n(x(\tau,t))|\leq\frac{C_4}{|n|},\ \left|\frac{\partial g_n(x(\tau,t))}{\partial x_m}\right|\leq C_5\frac{\gamma_m}{n},\ \ m,n\in Z\setminus\{0\}, \tag{28}$$

где $C_j>0,\ j=1,2,3,4,5,$ не зависят от параметра m и n.

Доказательство. Неравенства (27) доказаны в работе [21]. Поэтому докажем неравенства (28). Поскольку функция $a(t)$ ограничена, то найдется такое M, что выполняется неравенство $|a(t)| \pounds M$. Пользуясь этим неравенством и (24), получим оценки:

$$g_n\left(x(\tau,t)\right) \le \frac{Me^{|C(t)|}}{2\left|\lambda_{2n-1}+\gamma_n \sin^2 x_n(\tau,t)\right|} \times \exp\left\{\int_0^\tau \left|\sum_{k=-\infty,k\neq 0}^{\infty} (-1)^{k-1}\gamma_k \sigma_k^0(s)\sin\left(2x_k(s,t)\right) f_k\left(x(s,t)\right)ds\right|\right\} \le$$

$$\le \frac{M}{2A_1|n|}\exp\left\{M_1+\int_0^\tau \sum_{k=-\infty,k\neq 0}^{\infty} C_2\gamma_k ds\right\} \le \frac{C_4}{|n|};$$

$$\left|\frac{\partial g_n\left(x(\tau,t)\right)}{\partial x_m}\right| \le \frac{Me^{|C(t)|}}{2\left|\lambda_{2n-1}+\gamma_n \sin^2 x_n(\tau,t)\right|} \times \exp\left\{\int_0^\tau \left|\sum_{k=-\infty,k\neq 0}^{\infty} (-1)^{k-1}\gamma_k \sigma_k^0(s)\sin\left(2x_k(s,t)\right) f_k\left(x(s,t)\right)ds\right|\right\} \times$$

$$\times\left\{\left|\int_0^\tau (-1)^{m-1}\gamma_m\sigma_m^0(s)\left(2\cos\left(2x_m(s,t)\right) f_m\left(x(s,t)\right)+\sin\left(2x_k(s,t)\right)\frac{\partial f_k\left(x(s,t)\right)}{\partial x_m}\right)ds\right| + \right.$$

$$\left. + \int_0^\tau \left|\sum_{k=-\infty,k\neq m}^{\infty} (-1)^{k-1}\gamma_k\sigma_k^0(s)\sin\left(2x_k(s,t)\right)\frac{\partial f_k\left(x(s,t)\right)}{\partial x_m}ds\right|\right\} \le$$

$$\le \frac{M}{2A_1|n|}\exp\left\{M_1+\int_0^\tau \sum_{k=-\infty,k\neq 0}^{\infty} C_2\gamma_k ds\right\}\left\{B_1\gamma_m|\tau|+B_2\gamma_m^2|\tau|+\gamma_m\int_0^\tau \sum_{k=-\infty,k\neq 0}^{\infty} C_3\gamma_k ds\right\} \le C_5\frac{\gamma_m}{|n|}.$$

Здесь $M_1 = \sup_{t^3\ 0}|C(t)|$. **Лемма 2 доказана.**

Лемма 3. Если $q_0(x+p) = q_0(x)\hat{I}\ C^3(R)$, то вектор-функция $H(x(t,t))$ удовлетворяет условию Липщица в банаховом пространстве K, т.е. существует константа $L>0$ такая, что для произвольных элементов $x(\tau,t), y(\tau,t)\in K$ выполняется следующее неравенство

$$\|H(x(t,t)) - H(y(t,t))\| \pounds L\|x(t,t) - y(t,t)\|,$$

где

$$L = C\sum_{\substack{n=-\infty,\\ n\neq 0}}^{\infty}\frac{\gamma_n}{|n|} < \infty. \tag{29}$$

Доказательство. Сначала используя лемму 2, оценим производную функции $F_n(x) = g_n(x)f_n(x),\ n\in Z\setminus\{0\}$:

$$\left|\frac{\partial F_n(x)}{\partial x_m}\right| = \left|\frac{\partial f_n(x)}{\partial x_m}g_n(x)+\frac{\partial g_n(x)}{\partial x_m}f_n(x)\right| \le \left|\frac{\partial f_n(x)}{\partial x_m}\right||g_n(x)| + \left|\frac{\partial g_n(x)}{\partial x_m}\right||f_n(x)| \le C_3\gamma_m\frac{C_4}{|n|}+C_2C_5\frac{\gamma_m}{|n|} \le C\frac{\gamma_m}{|n|},$$

где $C = const. > 0$ не зависят от m и n.

Далее, используя выражение

$$H_n(x(\tau,t)) = (-1)^n\sigma_n^0(\tau)F_n(x(\tau,t)),\ n\in Z\setminus\{0\},$$

получим равенство

$$|H_n(x(\tau,t)) - H_n(y(\tau,t))| = |F_n(x(\tau,t)) - F_n(y(\tau,t))|.$$

Применим к функции $\varphi(t) = F_n(\xi + t(\eta-\xi))$ теорему Лагранжа о конечном приращении на отрезке $t\in[0,1]$. Тогда получим равенство

$$\varphi(1)-\varphi(0) = \varphi'(t^*), \text{ т.е. } F_n(x)-F_n(y) = \sum_{m=-\infty,m\neq 0}^{\infty}\frac{\partial F_n(\theta)}{\partial x_m}(x_m-y_m),$$

где $\theta = \xi + t^*(\eta-\xi)$. Отсюда следует, что

$$\left|H_n\left(x(\tau,t)\right) - H_n\left(y(\tau,t)\right)\right| = \left|F_n\left(x(\tau,t)\right) - F_n\left(y(\tau,t)\right)\right| \le$$

$$\le \sum_{m=-\infty,m\neq 0}^{\infty}\left|\frac{\partial F_n(\theta)}{\partial x_m}\right|\cdot|x_m(\tau,t)-y_m(\tau,t)| \le \sum_{m=-\infty,m\neq 0}^{\infty}\frac{C}{|n|}\cdot|\lambda_{2m}-\lambda_{2m-1}|\cdot|x_m(\tau,t)-y_m(\tau,t)| = \frac{C}{|n|}\|x-y\|.$$

Теперь оценим норму $\|H(x(\tau,t))-H(y(\tau,t))\|$:

$$\|H(x)-H(y)\|=\sum_{n=-\infty}^{\infty}(\lambda_{2n}-\lambda_{2n-1})|H_n(x)-H_n(y)|\le\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{C}{|n|}(\lambda_{2n}-\lambda_{2n-1})\cdot\|x-y\|=L\|x-y\|.$$

Здесь

$$L=\sum_{n=-\infty,n\neq0}^{\infty}\frac{C}{|n|}(\lambda_{2n}-\lambda_{2n-1})=\sum_{n=-\infty,n\neq0}^{\infty}\frac{C}{|n|}\gamma_n<\infty.$$

Таким образом, условие Липщица выполняется. Поэтому, решение задачи Коши (7), (8) для всех $t\ge 0$ и $\tau\in R$ существует и единственно. **Лемма 3 доказана.**

Замечание 1. Теорема 1 и лемма 3 дает метод нахождения решения задачи (1)-(3).

Сначала найдем спектральные данные $\lambda_n,\xi_n^0(\tau),\sigma_n^0(\tau)=\pm1,\ n\in Z\setminus\{0\}$, оператора Дирака $L(\tau,0)$. Обозначим спектральные данные оператора $L(\tau,t)$ через $\lambda_n,\ \xi_n(\tau,t),\ \sigma_n(\tau,t)=\pm1,\ n\in Z\setminus\{0\}$. Решая задачу Коши (22), (8) при произвольном значении τ, находим $\xi_n(\tau,t),\ \sigma_n(\tau,t),\ n\in Z\setminus\{0\}$. Из формулы следов (20) определим функцию $q_\tau(\tau,t)$, т.е. найдем решение задачи (1)-(3).

До сих пор мы предполагали, что задача Коши (1)-(3) имеет решение. От этого предположения нетрудно освободиться, непосредственно убедившись, что полученная таким способом функция $q_\tau(\tau,t),\ \tau\in R,\ t>0$ действительно удовлетворяет уравнению (1).

Замечание 2. Функция $q_\tau(\tau,t)$ построенная с помощью системы уравнений Дубровина (7), (8) и формулы следа (20) удовлетворяет уравнение (1).

При этом мы также будем использовать вторую формулу следов (21). Дифференцируя формулу (21) по t, имеем

$$\frac{1}{2}q_\tau(\tau,t)q_{\tau t}(\tau,t)+\frac{1}{2}\left(q_{\tau t}(\tau,t)\right)_\tau=-\sum_{k=-\infty}^{\infty}2\xi_k(\tau,t)\frac{\partial\xi_k(\tau,t)}{\partial t}. \tag{30}$$

Здесь, использовали равенство $\left(q_\tau(\tau,t)\right)_{t\tau}=\left(q_\tau(\tau,t)\right)_{\tau t}$. Далее, учитывая систему уравнений Дубровина (7), из (30), получим

$$q_\tau(\tau,t)z(\tau,t)+z_\tau(\tau,t)=-8\sum_{k=-\infty}^{\infty}(-1)^k\sigma_k(\tau,t)h_k(\xi(\tau,t))\xi_k(\tau,t)\frac{a(t)}{4\xi_k(\tau,t)}e^{q(\tau,t)}, \tag{31}$$

где

$$z(\tau,t)=q_{\tau t}(\tau,t). \tag{32}$$

Теперь, используем систему дифференциальных уравнений Дубровина (6), соответствующей для уравнения (4), а также формулу следов (20). Тогда из (31), получим уравнение относительно $z(\tau,t)$:

$$q_\tau(\tau,t)z(\tau,t)+z_\tau(\tau,t)=a(t)q_\tau(\tau,t)e^{q(\tau,t)}. \tag{33}$$

Нетрудно проверить, что функция

$$z(\tau,t)=\frac{a(t)}{2}e^{q(\tau,t)}+C_1(t)e^{-q(\tau,t)}$$

является решением линейного уравнения (33). Выбирая $C_1(t)=\frac{a(t)}{2}$ имеем

$$z(\tau,t)=a(t)chq(\tau,t).$$

Отсюда и из обозначения (32), получим уравнение (1):

$$q_{\tau t}(\tau,t)=a(t)chq(\tau,t).$$

Замечание 3. Равномерная сходимость рядов в (20), (21), (23) и (29) следует из равенств (26) и оценки (27).

Таким образом, нами доказано следующая теорема.

Теорема 2. Если начальная функция $q_0(x)$ удовлетворяет условию

$$q_0(x+p) = q_0(x) \hat{I}\ C^3(R),$$

то существует решение $q'_x(x,t),\ x \in R,\ t>0$ задачи (1)-(3), которое однозначно задается формулой (20) и принадлежит классу $C^{1,1}_{x,t}(t>0) \bigcap C(t \geq 0)$.

Следствие 1. Используя результаты работы [31] и [33] выводим, что если начальная функция $q_0(x)$ является действительной аналитической π периодической функцией, то решение $q(x,t)$ задачи (1)-(3) является действительной аналитической функцией по переменной x.

Следствие 2. Если число $\frac{\pi}{2}$ является периодом (антипериодом) для начальной функции $q_0(x)$, то все корни уравнения $\Delta(\lambda)+2=0$ ($\Delta(\lambda)-2=0$) являются двукратными. Так как функция Ляпунова, соответствующая коэффициенту $q_0(x,t)$, совпадает с $\Delta(\lambda)$, то согласно результатом работы [30] и [32] число $\frac{\pi}{2}$ является также периодом (антипериодом) для решения $q(x,t)$ по переменной x.

Литература

1. Захаров В.Е., Тахтаджян Л.А., Фаддеев Л.Д. Полное описание решений «Sin-Gordon» уравнения // Докл. АН СССР, 219 (1974), № 6, с. 1334-1337.
2. Ablowitz M. J., Kaup D. J., Newell A. C., Segur H. Method for solving the sine-Gordon equation // Phys. Rev. Lett., 30(1973), №; 25, pp. 1262-1264.
3. Дубровин Б.А., Натанзон С.М. Вещественные двухзонные решения уравнения sine-Gordon // Функц. анализ и их прил., 1982, т.16, вып. 1, стр. 27-43.
4. Козел В.А., Котляров В.П. Явные формулы для решений нелинейного уравнения синус-Гордон. // Докл. АН УССР. сер.А.-1976, № 11, стр. 878-880.
5. Митропольский Ю.А., Боголюбов Н. Н(мл.), Прикарпатский А. К., Самойленко В. Г. Интегрируемые динамические системы: спектральные и дифференциально-геометрические аспекты // Киев: Науково думка, 1987.
6. Smirnov A.O. 3-Elliptik solutions of the sine-Gordon Equation // Mathematical Notes, vol. 62, № 3, 1997, p.368-376.
7. Козел В.А., Котляров В.П. Конечнозонные решения уравнения sine-Gordon // Препринт ФТИНТ АНУССР, № 9-77, Харьков, 1977.
8. Митрапольский Ю.А., Боголюбов Н.Н (мл), Прикарпатский А.К., Самойленко В.Г. Интегрируемые динамические системы: спектральные и дифференциально-геометрические аспекты. Киев: Наукова думка, 1987.
9. Matveev V. B. 30 years of finite-gap integration theory // Phil. Trans. R Soc. A (2018), 366, p.837-875.
10. Жибер А.В. Муртазина Р.Д., Хабибуллин И.Т., Шабат А.Б. Характеристические кольца Ли и нелинейные интегрируемые уравнения // Москва, Ижевск 2012.
11. Ince E.L. Ordinary Differential Equations. New York: Dover, 1956.
12. Джаков П.Б., Митягин Б.С. Зоны неустойчивости одномерных периодических операторов Шрёдингера и Дирака. // УМН. 2006, т.61, №4(370), стр. 77-182.
13. Маннонов Г.А., Хасанов А.Б. Задача Коши для нелинейного уравнения Хирота, в классе периодических бесконечнозонных функций. Алгебра и анализ. Том 34(2022), No5, с.139-172.
14. Хасанов А.Б., Нормуродов Х.Н, Худаёров У.О. Интегрирование модифицированного уравнения Кортевега–де Фриза–синус-Гордона в классе периодических бесконечнозонных функций // ТМФ, 214:2 (2023), с. 198-210.

15. Хасанов А.Б., Хасанов М.М. Интегрирование нелинейного уравнения Шредингера с дополнительным членом в классе периодических функций. ТМФ, т.199, No1, (2019), с. 60-68.
16. Хасанов А.Б., Матякубов М.М., Интегрирование нелинейного уравнения Кортевега-де Фриза с дополнительным членом. ТМФ, т. 203, №2, (2020), с. 192-204.
17. Хасанов А.Б., Хасанов Т.Г. Задача Коши для уравнения Кортевега-де Фриза в классе периодических бесконечнозонных функций. Записки науч. семин. ПОМИ, т. 506, 2021, с. 258-279.
18. Khasanov A.B., Khasanov T.G. Integration of a nonlinear Korteweg-de Vries Equation with a loaded term and a source. Journal of Applied and Industrial Mathematics. 2022, 16(2), pp. 227-239.
19. Khasanov A.B., Allanazarova T.Z. On the Modified Korteweg-De-Vries Equation with Loaded Term. Ukrainian Mathematical Journal, 2022, 73(11), pp. 1783-1809.
20. Муминов У.Б., Хасанов А.Б. “Задача Коши для дефокусирующего нелинейного уравнения Шредингера с нагруженным членом”. Математические труды. 2022, том 25, № 1, с. 102-133.
21. Муминов У.Б., Хасанов А.Б. Интегрирование дефокусирующего нелинейного уравнения Шредингера с дополнительными членами // ТМФ, т. 211, № 1, 2022, с. 84-104.
22. Khasanov A.B., Yaxshimuratov A.B. The Almost-Periodicity of infinite-Gap Potensials of the Dirac operator. Doklady Mathematics. 1996, 54(2), pp. 767-769.
23. Lax P. Almost periodic solutions of the KdV equation. SIAM Review. Vol. 18, № 3, (1976), pp. 351-375.
24. McKean H. and Trubowitz E. Hill's operator and hyperelliptic function theory in the presence of infinitely many branchpoints. Commun. Pure Appl. Math., 1976, 29, 143-226.
25. McKean H. and Trubowitz E. Hill's surfaces and their theta functions. Bull. Amer. Math. Soc., 1978, 84, 1052-1085.
26. Schmidt M.U. Integrable systems and Riemann surfaces of infinite genus, Mem. AMS. vol. 122, No 581, Amer. Math. Soc. 1996.
27. Даниелян А.А., Левитан Б.М., Хасанов А.Б. // Асимптотика m-функции Вейля–Титчмарша в случае системы Дирака // Математические заметки, 1991, том 50, выпуск 2, с. 67–76.
28. Левитан Б.М., Саргсян И.С. Операторы Штурма-Лиувилля и Дирака, М.: Наука, 1988.
29. Мисюра Т.В. Характеристика спектров периодической и антипериодической краевых задач, порождаемых операцией Дирака I, Теория функцией, функциональный анализ и их приложения, 30, ред. В.А. Марченко, Вища школа, Харьков, 1978, с.90-101; Характеристика спектров периодической и антипериодической краевых задач, порождаемых операцией Дирака II, 31, 1979, с. 102-109.
30. Хасанов А.Б., Яхшимуратов А.Б. Аналог обратной теоремы Г.Борга для оператора Дирака. //Узб. матем. журн., 2000, № 3-4, с. 40-46.
31. Хасанов А.Б., Ибрагимов А.М. Об обратной задаче для оператора Дирака с периодическим потенциалом. //Узб. матем. журн., 2001, No 3-4, с. 48-55.
32. Currie S., Roth T., Watson B. Borg's periodicity theorems for first-order self-adjoint systems with complex potentials. // Proc. Edinb. Math. Soc., 60:3(2017), 615-633.
33. Trubowtz E. The inverse problem for periodic potentials// Commun. Pure. Apple. Math. 1977. v. 30, p. 321-337.
34. Battig D., Grebert B., Guillot J. C. and Kappeler T. Folation of phase space for the cubic non-linear Schrodinger equation. Composito Mathematica, 1993, 85(2), pp.163-199.
35. Grebert B. and Guillot J.C. Gap of one dimensional periodic AKNS systems. Forum Math., 1993, 5(5), pp. 459-504.
36. Korotayev E and Mokeev D. Dubrovin equation for periodic Dirac operator on the half-line. Applicable Analysis, 2020, 101(1), pp. 1-29.

SAMARQAND UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTNOMASI

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК **SCIENTIFIC REPORTS**

Texnik muharrir **Sh.Xoliqulov**

Muharrirlar:

I.Sulaymonov - fil.f.d., dotsent
E.Arziqulov - f.-m.f.d., dotsent
O.Yusupova - fil.f.n., dotsent

Mas'ul muharrirlar:

A. Sh. Yarmuxamedov - f.-m.f.n.
X. S. Haydarov - f.-m.f.n., dotsent

Muassis: Samarqand davlat universiteti Manzil: 140104,
Samarqand shahri, Universitet xiyoboni, 15.
Telefon: (0 366) 240-38-47, Faks: (0 366) 239-13-87 e-mail:
axborotnoma.uz
SamDU «Ilmiy axborotnoma» jurnali tahririyati kompyuterida terildi. Bosishga 30.06.2023-yilda ruxsat etildi. Qog'oz o'lchami A-4. Nashriyot hisob tabog'i 10,00.
Buyurtma raqami 570. Adadi 30 nusxa.

ISSN 2181-1296

