ISNN:2181-1296



SHAROF RASHIDOV NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

САМАРКАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ШАРОФА РАШИДОВА

SAMARKAND STATE UNIVERSITY NAMED AFTER SHAROF RASHIDOV

ILMIY AXBOROTNOMA

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК
SCIENTIFIC JOURNAL

ANIQ VA TABIIY FANLAR SERIYASI

Matematika, Mexanika, Informatika
Fizika, Kimyo, Biologiya, Geografiya

№ 1/1 (137)
2023

ISSN 2181-1296

ILMIY AXBOROTNOMA

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК SCIENTIFIC JOURNAL

2023-yil, 1-son (137/) ANIQ VA TABIY FANLAR SERIYASI

Matematika, Mexanika, Informatika, Fizika, Kimyo, Biologiya, Geografiya

Samarqand viloyat matbuot boshqarmasida ro‘yxatdan o‘tish tartibi 09-25.
Jurnal 1999-yildan chop qilina boshlagan va OAK ro‘yxatiga kiritilgan.

BOSH MUHARRIR **R. I. XALMURADOV, t.f.d., professor**
BOSH MUHARRIR O‘RINBOSARLARI: **H.A. XUSHVAQTOV, f-m.f.d., dotsent**
A. M. NASIMOV, t.f.d., professor

TAHRIRIYAT KENGASHI:

ANIQ FANLAR

SH.A.ALIMOV - O‘zFA akademigi
S.N.LAKAYEV - O‘zFA akademigi (SamDU)
M.M.MIRSAIDOV - O‘zFA akademigi
A.S.SOLEEV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
I.A.IKROMOV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
B.X.XO‘JAYAROV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
A.G.YAGOLA - f.-m.f .d., professor (Moskva davlat universiteti, Rossiya)
I.I.JUMANOV - f.-m.f .d., professor (SamDU)
X.X.XUDOYNAZAROV - t.f.d., professor (SamDU)
ALBERTO DEL BIMBO - Florensiya universiteti professori, Italiya
L.SABIROV - f.-m.f .d., professor (SamDU)
A.JUMABOYEV - f.-m.f .d., professor (SamDU)
N.N.NIZAMOV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
O.Q.QUVONDIQOV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
I.A.RAXMATULLAYEV - f.-m.f .d., professor
A.SH.YARMUXAMEDOV - f.-m.f.n., (SamDU)
X.S.XAYDAROV - f.-m.f .n., dotsent (SamDU)

TABIY FANLAR

M.X.ASHUROV - O‘zFA akademigi
N.B. FERAPONTOV - k.f .d., professor (Moskva davlat universiteti, Rossiya)
SH. M. TUGIZOV - professor, Koliforniya universiteti, AQSh
H. I. AKBAROV - k.f.d., professor (O'zMU)
E. A. ABDURAXMONOV - k.f.d., professor (SamDU)
N. K. MUXAMADIYEV - k.f.d., professor (SamDU)
L. A. BULAVIN - Kiev milliy universiteti professori, Ukraina
X. Q. XAYDAROV - b.f.d., professor (SamDU)
Z. I. IZZATULLAYEV - b.f.d., professor (SamDU)
Sh. T. XOLIQULOV - g.f.d., professor (SamDU)
S. B. ABBASOV - g.f.d., professor (SamDU)
Q. S. YARASHEV - g.f.d., professor (SamDU)
GUN-SIK PARK - Seul univeriteti professori, Koreya
D.B.XURSANOV - g.f.f.d., dotsent (SamDU)
M. S. QUZIYEV - b.f.f.d., dotsent (SamDU)

Obuna indeksi – yakka tartibdagi obunachilar uchun **- 5583,**
tashkilot, korxonalar uchun **- 5584**

MUNDARIJA

Faraz Mehmood, Soleev A. *New generalization of ostrowski-grüss like inequality on time scales*……..	2-9
Alimov A.A. *On the properties of solutions of a nonlinear filtration problem with a source and multiple nonlinearities*.....	10-17
Axatov A.R., Tojiyev M.R. *Fazo-vaqt tahlili va tayanch vektor mashinasi asosida yong'inni tezkor aniqlash algoritmi*……	18-25
Байжуманов А.А. *Проблемы минимизации специальных дизъюнктивных нормальных форм сложных конъюнкций высказываний систем нелинейных булевых уравнений*……	26-30
Djuraev A.S., Obidov A.E. *Pedagogik kadrlar malakasini oshirish uchun moslashuvchan elektron ta'lim tizimini modellashtirish*	31-39
Иванов А.К., Мухамедов А.К., Шаронов И.А., Эшбуриев Р.М. *Об измерении радиоактивности мукомольно-крупяной пищевой продукции*.....	40-46
Ishankulov A.F., Tursunova N.R., Ergasheva D.R., Khalilov K.F., Galyametdinov Y.G., Mukhamadiyev N.K. *Obtaining semiconductor CdS, CdSe AND CdSe/ZnS core/shell nanoparticles and their composites with polymers*……	47-51
Шодиев Д.С., Хайруллаев М., Махмудов Ш. *О задаче коши для бигармонического уравнения* ……	52-57
Рахматуллаев И.А., Ботиров Х.З., Курбонов А.К., Хайдаров Х.С., Ахмедова Ш.Ш, Абдирахматова М.П. *Способ регистрации слабых оптических сигналов с помощью резонаторных кювет и импульсно-периодических лазерных источников*……	58-65
Jo'rakulov I.T., Umrzoqov F.B. $Ge_2Sb_2Te_5$ *yupqa qatlam plyonkalarining solishtirma kontakt qarshiligini o'rganish*……	66-71
Ikromova D.I. *On the sharp estimates for the fourier transform of measures supported to surfaces related with* E_8 *type singularities*……	72-83
Arziqulov M.M., Shermuxamedov U.A. *Urganch shahri iqlimiy ko'rsatgichlarining o'zgarishi va atmosfera gazlari konsentratsiyasiga bog'liqligi*.....	84-88
Komilova N.K., Maxmudov B.X. *Geokriminogen vaziyat va uni tadqiq etishdagi yondashuvlar*……	89-94
Fayzullayev N.I., Tillayev S.U., Mamirzayev M.A. *Metandan nanouglerod va vodorod olish reaksiyasi tezligiga turli omillarning ta'siri*.....	95-101
Djabbarov O.R., Zaripova A.R., Sodiqova U.U. *Divergent ko'rinishdagi biologik populyatsiya sistemalarining avtomodel yechimlari asimptotikasi*....	102-106
Tursunova N.G., Musulmanov N.H., Fayzullaev N.I. *Mezog'ovakli uglerod sintezining maqbul sharoitini tanlash*……	107-116
Бурнашев В.Ф., Кайтаров З.Д. *Численное исследование многофазной фильтрации в деформируемой пористой среде с учетом внешнего воздействия*……	117-130
Turayeva B.I., Kutliyeva G.J., Zuhritdinova N.Y., Kamolova X.F., Maxkamov A. *Tokdan ajratib olingan bakteriyalarning uzum fitopatogen mikromitsetlariga nisbatan antifungal xususiyatlari*.....	131-135
Mardonov J.A. *Uch o`lchovli fazoda laplas maydoni uchun karleman formulasi*……	136-140

UDK: 517.9 **DOI: https://doi.org/10.59251/2181-1296.2023.v1.1.1893**

UCH O`LCHOVLI FAZODA LAPLAS MAYDONI UCHUN KARLEMAN FORMULASI

J.A.Mardonov
Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti
e-mail: mardonov-jolgosh@mail.ru

Annotatsiya. Ushbu maqolada Laplas maydoni uchun qo`yilgan Koshi masalasi yechimi Karleman formulasi orqali ifodalangan

Kalit so`zlar: Laplas maydoni, Koshi masalasi, Koshi integral formulasi, Karleman formulasi.

Формула Карлемана для лапласова поля в трехмерной пространстве

Аннотация. В данной работе рассматривается решение задача Коши для поля лапласа с помощи формулой Карлемана.

Ключевые слова: Лапласова поля, задача Коши, интегралная формула Коши, формула Карлеман.

Carleman's formula for the Laplacian field in three-dimensional space

Abstract. In this paper, the solution of the Cauchy problem for the Laplacian field is expressed by the Carleman's formula.

Key words: Laplacian fields, Cauchy problem, Cauchy integral formula, Carleman's formula.

Faraz qilaylik $\Omega\left(\Omega \subset R^3\right)$ chegaralangan soha bo`lib, uning chegarasi esa $T: y_3 = 0$ tekislikning chegaralangan qismi hamda $y_3 > 0$ yarim fazoda joylashgan $S$-silliq sirtdan iborat ,ya`ni $\partial\Omega = S \cup T$ bo`lsin.

Bu sohada quyidagi vektor ko`rinishidagi ushbu differensial tenglamalar sistemasini qaraymiz:

$$\begin{cases} \Delta\vec{F}(x) = 0 \\ rot\vec{F}(x) = 0\ ,\ x \in \Omega, \end{cases} \tag{1}$$

bunda $\vec{F}(x) = \left(F_1(x), F_2(x), F_3(x)\right)$, $x = (x_1, x_2, x_3)$ vektor funksiya Ω sohada birinchi va ikkinchi tartibli hosilalarga ega bo`lib, $\overline{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$ sohada uzluksiz vektor funksiya bo`lsin.
(1) sistemani skalyar ko`rinishda quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 F_1(x)}{\partial x_1^2} + \dfrac{\partial^2 F_1(x)}{\partial x_2^2} + \dfrac{\partial^2 F_1(x)}{\partial x_3^2} = 0, \\ \dfrac{\partial^2 F_2(x)}{\partial x_1^2} + \dfrac{\partial^2 F_2(x)}{\partial x_2^2} + \dfrac{\partial^2 F_2(x)}{\partial x_3^2} = 0, \\ \dfrac{\partial^2 F_3(x)}{\partial x_1^2} + \dfrac{\partial^2 F_3(x)}{\partial x_2^2} + \dfrac{\partial^2 F_3(x)}{\partial x_3^2} = 0 \\ \dfrac{\partial F_3(x)}{\partial x_2} - \dfrac{\partial F_2(x)}{\partial x_3} = 0 \\ \dfrac{\partial F_1(x)}{\partial x_3} - \dfrac{\partial F_3(x)}{\partial x_1} = 0 \\ \dfrac{\partial F_2(x)}{\partial x_1} - \dfrac{\partial F_1(x)}{\partial x_2} = 0 \end{cases} \tag{2}$$

**1-ta`rif.** Uch komponentli $\vec{F}(x)=\left(F_1(x),F_2(x),F_3(x)\right)$ vektor maydon shu sohada (1) sistemani qanoatlantirsa. $\Omega$ sohada laplasli vektor maydon deyiladi. Ma`lumki, Ω sohada laplasli vektor maydon uchun Koshining fazoviy integral formulasi o`rinlidir[1-2]:

$$-\iint\limits_{\partial\Omega}\left\{(\vec{n}\cdot\vec{F})gradG+[\vec{n}\times\vec{F}]\times gradG\right\}ds_y=\begin{cases}\vec{F}(x), & x\in\Omega,\\ 0, & x\notin\overline{\Omega}.\end{cases} \qquad (3)$$

bunda $G=G(y,x)=-\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{1}{|y-x|}$ - Laplas teglamasining fundamental yechimi , $\vec{n}$ -esa $\partial\Omega$ - sirtga o`tkazilgan tashqi normalning birlik vektori.

$H(\Omega)$ orqali (1) sistemani qanoatlantiruvchi, hamda $\overline{\Omega}=\Omega\cup\partial\Omega$ sohada uzluksiz vektor funksiyalar to`plamini belgilaymiz.

**Masalaning qo`yilishi.** (1) sistema yechimining chegaraviy qiymati $S$ sirtda berilgan bo`lsin:

$$\vec{F}(y)\big|_S=\vec{f}(y),\quad y\in S, \qquad (4)$$

bunda $\vec{f}(y)=(f_1(y),\ f_2(y),\ f_3(y)):=\vec{f}_n(y)+\vec{f}_\tau(y):=\vec{f_n}(y)+\vec{f}_\tau(y)$ - berilgan uzluksiz vektor funksiya $rot_S\vec{f}_\tau(y)\equiv 0$ shartni qanoatlantirsin. $\vec{f_n}(y)$ - $\vec{f}(y)$ ning normal qismi, $\vec{f}_\tau(y)$ esa $f(y)$ ning tangensial qismi.

Talab qilinadi. (1) sistemani qanoatlantiruvchi va S sirtning har bir y nuqtasida $\vec{f}(y)$ - qiymatni qabul qiluvchi $\vec{F}(x)$ yechim Ω sohada topilsin.

$$\Phi_\sigma(y,x)=-\frac{1}{2\pi^2K(x_3)}\int_0^\infty \mathrm{Im}\left[\frac{K(w)}{w-x_3}\right]\frac{du}{\sqrt{u^2+\alpha^2}}, \qquad (5)$$

bunda $K(w)$, $w=u+\imath v$ butun funksiya, w- haqiqiy bo`lganda haqiqiy qiymatlarni qabul qiladi. Bu funksiya prof. Sh. Yarmuxamedov [2-3] tominidan qurilgan Laplas tenglamasining umumlashgan fundamental yechimi bo`lib, uning

$$\Phi(y,\ x)=-\frac{1}{4\pi r}+g(y,\ x)\ ,\ r=|x-y|, \qquad (6)$$

ko`rinishda tasvirlanishi ko`rsatilgan.

Koshining fazoviy integral formulasi $G=G(y,x)=-\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{1}{|y-x|}$ klassik fundamental yechimga $g(y,x)$ regulyar yechimni qo`shganda ham o`rinli bo`ladi, ya`ni

$$\vec{F}(x)=-\iint\limits_{\partial\Omega}\left\{(\vec{n}\cdot\vec{F})grad\Phi(y,x)+[\vec{n}\times\vec{F}]\times grad\Phi(y,x)\right\}ds_y\ ,x\in\Omega \qquad (7)$$

(5) formulada

$$K(w)=\exp(\sigma w^2)\,,w=\imath\sqrt{u^2+\alpha^2}+y_{3,}$$
$$K(x_3)=\exp(\sigma x^3),\sigma>0 \qquad (8)$$

deb olsak, quyidagini hosil qilamiz:

$$\Phi_\sigma\left(y,x\right)=-\frac{e^{-\sigma x_3{}^2}}{2\pi^2}\int_0^\infty \mathrm{Im}\left[\frac{\exp(\sigma w^2)}{w-x_3}\right]\frac{du}{\sqrt{u^2+\alpha^2}} \qquad (9)$$

U holda yuqoridagilarni hisobga olsak, (7) formula quyidagi ko`rinishga ega bo`ladi:

$$\vec{F}_\sigma(x)=-\iint\limits_{\partial\Omega}\left\{(\vec{n}\cdot\vec{F})grad\Phi_\sigma(y,x)+[\vec{n}\times\vec{F}]\times grad\Phi_\sigma(y,x)\right\}ds_y\,,x\in\Omega \qquad (10)$$

formulada integral ostidagi ifodaning mavhum qismini ajratsak, natijada ushbu formulani hosil qilamiz:

$$\Phi_\sigma(y,x)=\frac{e^{\sigma y^2{}_3-\sigma x^2{}_3-\sigma\alpha^2}}{2\pi^2}\int\frac{\varphi_\sigma(y,x,u)}{u^2+r^2}\cdot e^{-\sigma u^2}du \qquad (11)$$

bunda

$$\varphi(y,x,u)=\cos\tau\sqrt{u^2+\alpha^2}-\left(y_3-x_3\right)\cdot\frac{\sin\tau\sqrt{u^2+\alpha^2}}{\sqrt{u^2+\alpha^2}},\tau=2\sigma y_3, \qquad (12)$$

$$x=(x_1,x_2,x_3),y=(y_1,y_2,y_3)\in R^3,\alpha^2=(y_1-x_1)^2+(y_2-x_2)^2,$$
$$r=\left|y-x\right|,\ y_3\geq 0\ ,\ x_3>0.$$

Teorema. Faraz qilaylik, $\vec{F}\left(y\right)\in H\left(\Omega\right)$ bo`lib,

$$\left|\vec{F}(y)\right|\leq B,y\in T\,, \qquad (13)$$

tengsizlikni qanoatlantirsin . Agar

$$\vec{F}_\sigma(x)=-\iint\limits_{S}\left\{(\vec{n}\cdot\vec{f}\,(y))grad\Phi_\sigma(y,x)+[\vec{n}\times\vec{f}\,(y)]\times grad\Phi_\sigma(y,x)\right\}ds_y\,,x\in\Omega$$

(14)

bo`lsa, u holda quyidagi baholash o`rinlidir:

$$\left|\vec{F}(x)-\vec{F}_\sigma(x)\right|\leq BC(x)\cdot\sigma e^{-\sigma x^2{}_3}\ ,\ \sigma>1,\ x\in\Omega. \qquad (15)$$

Bu yerda Ω qism to`plamdagi kompaktda chegaralangan funksyani $C\left(x\right)$ bilan ifodalaymiz

Isbot. Koshining integral formulasi (3) dan ixtiyoriy $x\in\Omega$ uchun

$$\vec{F}\left(x\right)-\vec{F}_\sigma\left(x\right)=\vec{J}_\sigma\left(x\right),$$

$$\vec{J}_\sigma(x)=-\iint\limits_T \left\{(\vec{n}\cdot\vec{F})grad\Phi_\sigma(y,x)+[\vec{n}\times\vec{F}]\times grad\Phi_\sigma(y,x)\right\}ds_y\ ,x\in\Omega \qquad (16)$$

(13) shartdan quyidagi tengsizlik kelib chiqadi:

$$\left|\overrightarrow{J_\sigma}(x)\right|\le BT_\sigma(x) \qquad (17)$$

$$T_\sigma(x)=2\iint\limits_T\left|grad\Phi_\sigma(y,x)\right|ds_y\le 2\iint\limits_T\left\{\left|\frac{\partial\Phi_\sigma(y,x)}{\partial y_1}\right|+\left|\frac{\partial\Phi_\sigma(y,x)}{\partial y_2}\right|+\left|\frac{\partial\Phi_\sigma(y,x)}{\partial y_3}\right|\right\}ds_y \qquad (18)$$

(11) va (12) formulalar bo`yicha $\frac{\partial}{\partial y_i}\Phi_\sigma(y,x),(i=1,2,3)$ larni hisoblab, $y_3=0$ ni qo`yamiz:

$$\frac{\partial\Phi_\sigma(y,x)}{\partial y_1}=-\frac{e^{-\sigma x_3^2}}{\pi^2}\cdot\int\limits_0^\infty(y_1-x_1)\left(\frac{\sigma}{u^2+\alpha^2+x_3^{\,2}}+\frac{1}{\left(u^2+\alpha^2+x_3^{\,2}\right)^2}\right)\cdot e^{-\sigma\alpha^2}\cdot e^{-\sigma u^2}du$$

$$\frac{\partial\Phi_\sigma(y,x)}{\partial y_2}=-\frac{e^{-\sigma x_3^2}}{\pi^2}\cdot\int\limits_0^\infty(y_2-x_2)\left(\frac{\sigma}{u^2+\alpha^2+x_3^{\,2}}+\frac{1}{\left(u^2+\alpha^2+x_3^{\,2}\right)^2}\right)\cdot e^{-\sigma\alpha^2}\cdot e^{-\sigma u^2}du$$

$$\frac{\partial\Phi_\sigma(y,x)}{\partial y_3}=\frac{e^{-\sigma x_3^2}}{\pi^2}\cdot\int\limits_0^\infty\left(\frac{\sigma x_3}{u^2+\alpha^2+x_3^{\,2}}+\frac{x_3}{\left(u^2+\alpha^2+x_3^{\,2}\right)^2}\right)\cdot e^{-\sigma\alpha^2}\cdot e^{-\sigma u^2}du$$

U holda (18) tenglik bilan aniqlangan $T_\sigma(x)$ uchun

$$T_\sigma(x)\le\frac{2}{\pi^2}\cdot e^{-\sigma x_3^2}\left[\iint\limits_T\left(|y_1-x_1|+|y_2+x_2|\right)\left\{\int\limits_0^\infty\left(\frac{\sigma}{u^2+\alpha^2+x_3^2}+\frac{1}{\left(u^2+\alpha^2+x_3^2\right)^2}\right)\cdot e^{-\sigma u^2}du\right\}e^{-\sigma\alpha^2}dy_1dy_2+\right.$$

$$\left.+\iint\limits_T\left\{\int\limits_0^\infty\left(\frac{\sigma x_3}{u^2+\alpha^2+x_3^2}+\frac{x_3}{\left(u^2+\alpha^2+x_3^2\right)^2}\right)\cdot e^{-\sigma u^2}du\right\}\cdot e^{-\sigma\alpha^2}dy_1\,dy_2\right] \qquad (19)$$

munosabatni hosil qilamiz. Integralda T sohani R^2 fazo bilan almashtiramiz va hosil qilingan takroriy integralni butun R^3 bo`yicha olingan uch karrali integralga almashtiramiz. Oxirgi integralda sferik koordinatalar sistemasiga o`tamiz:

$$y_1=x_1+t\sin\theta\cos\varphi\ ,\ y_2=x_2+t\sin\theta\sin\varphi,\ u=t\cos\theta,$$

$$0\le t<+\infty\ ,\ 0\le\varphi\le 2\pi,0\le\theta\le\pi,\frac{\partial(y_1,y_2,u)}{\partial(t,\varphi,\theta)}=t^2\sin\theta$$

Natijada ushbu bahoga ega bo`lamiz:

$$T_\sigma(x) \le \frac{2e^{-\sigma x_3^2}}{\pi^2}\int_0^\infty\left[\int_0^{2\pi}\left\{\int_0^\pi\left(t\sin\theta(|\cos\varphi|+|\sin\varphi|)\left(\frac{\sigma}{t^2+x_3^2}+\frac{1}{(t^2+x_3^2)^2}\right)+\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.+\left(\frac{\sigma x_3}{t^2+x_3^2}+\frac{x_3}{(t^2+x_3^2)^2}\right)\right)t^2\sin\theta d\theta\right\}d\varphi\right]e^{-\sigma t^2}dt =$$

$$=\frac{8}{\pi}\cdot e^{-\sigma x_3^2}\int_0^\infty\left[\frac{\sigma t^3}{t^2+x_3^2}+\frac{t^3}{(t^2+x_3^2)^2}+\frac{\sigma x_3 t^2}{t^2+x_3^2}+\frac{x_3 t^2}{(t^2+x_3^2)^2}\right]e^{-\sigma t^2}dt =$$

$$=\frac{16}{\pi}\cdot e^{-\sigma x_3^2}\left[\int_0^\infty\sigma t e^{-\sigma t^2}dt+\int_0^\infty\frac{te^{-\sigma t^2}dt}{t^2+x_3^2}\right]=\frac{16}{\pi}e^{-\sigma x_3^2}\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{2x_3\sqrt{\sigma}}\right)\le$$

$$\le\frac{8}{\pi}e^{-\sigma x_3^2}\left(1+\frac{\pi}{x_3}\right)\cdot\sigma \qquad (20)$$

Agar $c(x)=\frac{8}{\pi}\left(1+\frac{\pi}{x_3}\right)$ desak, u holda (17) va (20) tengsizliklardan (15) tengsizlik kelib chiqadi. Teorema isbot bo`ldi.

Eslatib o`tamiz (20) tengsizlikni baholashda quyidagi tengsizliklardan foydalanildi:

$$\frac{x_3 t}{t^2+x_3^2}\le 1 \quad va \quad \frac{t^2}{t^2+x_3^2}\le 1.$$

Natija. Ushbu limitik tenglik

$$\lim_{\sigma\to\infty}\vec{F}(x)=\vec{F}(x)$$

Ω sohaning har bir kompaktida tekis bajariladi.

Shunday qilib natijaga ko`ra S sirtda Koshining berilganlari aniq berilganda (1) – (4) Koshi masalasining aniq yechimini topish mumkin.

Adabiyotlar

1. Жданов М.С. Аналоги интеграла типа Коши в теории геофизических полей. М.Наука, 1984, 326-стр.
2. Zhdanov M.S. Use of Cauchy integral analogs in the geopotential theory.An.Geophys. №4, 1980, pp. 447-458.
3. Ярмухамедов Ш.Я. О задаче Коши для уравнения Лапласа. DAN CCCP, 1977.-Т.235.-№2, 281-283стр.
4. Ярмухамедов Ш.Я. Функция Карлемана и задача Коши для уравнения Лапласа. Сибирский Математический журнал. 2004, Т.33.№3, 702-719 стр.
5. Соломонцев Е.Д. Об основной формуле Грина для гармонических функций. Сиб.Мат.Журн. 1966, Т7, №6, 1432-1434 стр.