ISNN:2181-1296




SHAROF RASHIDOV NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

САМАРКАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ШАРОФА РАШИДОВА

SAMARKAND STATE UNIVERSITY NAMED AFTER SHAROF RASHIDOV

# ILMIY AXBOROTNOMA

## НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК
## SCIENTIFIC JOURNAL

## ANIQ VA TABIIY FANLAR SERIYASI

### Matematika, Mexanika, Informatika
### Fizika, Kimyo, Biologiya, Geografiya

№ 5/1 (141)
2023

ISSN 2181-1296

# ILMIY AXBOROTNOMA

**НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК** **SCIENTIFIC JOURNAL**

**2023-yil, 5-son (141)** **ANIQ VA TABIY FANLAR SERIYASI**

**Matematika, Mexanika, Informatika, Fizika, Kimyo, Biologiya, Geografiya**

Samarqand viloyat matbuot boshqarmasida ro‘yxatdan o‘tish tartibi 09-25.
Jurnal 1999-yildan chop qilina boshlagan va OAK ro‘yxatiga kiritilgan.

**BOSH MUHARRIR** **R. I. XALMURADOV, t.f.d., professor**
**BOSH MUHARRIR O‘RINBOSARLARI:** **H.A. XUSHVAQTOV, f-m.f.d., dotsent**
**A. M. NASIMOV, t.f.d., professor**

## TAHRIRIYAT KENGASHI:

### ANIQ FANLAR

**SH.A.ALIMOV** - O‘zFA akademigi
**S.N.LAKAYEV** - O‘zFA akademigi (SamDU)
**M.M.MIRSAIDOV** - O‘zFA akademigi
**A.S.SOLEEV** - f.-m.f.d., professor (SamDU)
**I.A.IKROMOV** - f.-m.f.d., professor (SamDU)
**B.X.XO‘JAYAROV** - f.-m.f.d., professor (SamDU)
**A.G.YAGOLA** - f.-m.f .d., professor (Moskva davlat universiteti, Rossiya)
**I.I.JUMANOV** - f.-m.f .d., professor (SamDU)
**X.X.XUDOYNAZAROV** - t.f.d., professor (SamDU)
**ALBERTO DEL BIMBO** - Florensiya universiteti professori, Italiya
**L.SABIROV** - f.-m.f .d., professor (SamDU)
**A.JUMABOYEV** - f.-m.f .d., professor (SamDU)
**N.N.NIZAMOV** - f.-m.f.d., professor (SamDU)
**O.Q.QUVONDIQOV** - f.-m.f.d., professor (SamDU)
**I.A.RAXMATULLAYEV** - f.-m.f .d., professor
**A.SH.YARMUXAMEDOV** - f.-m.f.n., (SamDU)
**X.S.XAYDAROV** - f.-m.f.n., dotsent (SamDU)

### TABIY FANLAR

**M.X.ASHUROV** - O‘zFA akademigi
**N.B. FERAPONTOV** - k.f .d., professor (Moskva davlat universiteti, Rossiya)
**SH. M. TUGIZOV** - professor, Koliforniya universiteti, AQSh
**H. I. AKBAROV** - k.f.d., professor (O'zMU)
**E. A. ABDURAXMONOV** - k.f.d., professor (SamDU)
**N. K. MUXAMADIYEV** - k.f.d., professor (SamDU)
**L. A. BULAVIN** - Kiev milliy universiteti professori, Ukraina
**X. Q. XAYDAROV** - b.f.d., professor (SamDU)
**Z. I. IZZATULLAYEV** - b.f.d., professor (SamDU)
**Sh. T. XOLIQULOV** - g.f.d., professor (SamDU)
**S. B. ABBASOV** - g.f.d., professor (SamDU)
**Q. S. YARASHEV** - g.f.d., professor (SamDU)
**GUN-SIK PARK** - Seul univeriteti professori, Koreya
**D.B.XURSANOV** - g.f.f.d., dotsent (SamDU)
**M. S. QUZIYEV** - b.f.f.d., dotsent (SamDU)

**Obuna indeksi** – yakka tartibdagi obunachilar uchun **- 5583,**
tashkilot, korxonalar uchun **- 5584**

## MUNDARIJA


| | |
|---|---|
| **Икромов И.А, Баракаев А.М.**<br>*Об ограниченности максимальных операторов для выпуклых функций, не имеющих конечный линейный тип*……..... | 3-10 |
| **Safarov A.N., Muzafarov A.M., To‘xtayev U.O‘., Tog‘ayev B.S., Salimov Sh.G‘., Esanov I.T.**<br>*Tabiiy suvlar tarkibidagi radionuklidlar miqdorini radiokimyoviy radiometriya usullari yordamida aniqlash metodikasi*…….. | 11-20 |
| **Ruziyev J.E., Abduraxmanov I.E., Suvonqulov Sh.B.**<br>*Analitik obyektlardagi bariy ionlarini ionometrik aniqlash*…….. | 21-25 |
| **O‘rozov S., Aslanov Q., Qo‘ldoshev O.**<br>*Oltingugurt qoplamali fosforli o‘g‘itlar olish*…….. | 26-30 |
| **Mamatov Sh., Omonov Sh.**<br>*Differensial tenglamalar misolida fanlararo bog‘lanish*…….. | 31-35 |
| **Ахмеджанов Ф.Р., Тугалов Ф.Б., Курбанов Ж.О.**<br>*$NaCl_xBr_{1-x}$ кристалларининг акустик хоссалари*…… | 36-40 |
| **Inxonova A., Eshtursunov D., Botirov S., Murtazaqulov M., Bekchanov D.**<br>*Oqava suvlarni biologik tozalashda pvc&pei asosida olingan mis polimer komlpleksining qo’llanilishi*…… | 41-48 |
| **Qurbonov P.R.**<br>*O‘zbekiston respublikasi urbanistik tarkibi rivojlanishining geografik jihatlari*..... | 49-55 |
| **Ikromov I.A., Jo‘raqulov A.J.**<br>*Regulyarlashtirilgan o‘lchovning bahosi haqida*…… | 56-63 |
| **Байжуманов А.А., Бердимуродов М.А.**<br>*Метод решения систем нелинейных булевых уравнений на основе минимизации дизъюнкций сложных конъюнкций*…… | 64-70 |
| **Abdullayev J.U.**<br>*Uglevodorodlar asosida spirtlar sintezi*…… | 71-75 |
| **Boyqobilov D.B., Jumag‘ulov Sh.H., Ro‘zimuradov O.N.**<br>*Tartiblangan titan dioksid nanotrubkalarining shakllanishi*…… | 76-80 |
| **Ахмеджанов Ф.Р., Мустафаев Т.Ш., Эшниязов О.И., Нуждов Г.С., Авдиевич В.Н.**<br>*Лантан трифторид кристалларида ионларнинг харакатига эластик деформациянинг таъсири*…… | 81-85 |
| **Хайдаров И.К.**<br>*Моделирование переноса растворенного вещества в неоднородном пороупругом глинистом сланце*…… | 86-91 |
| **Urolov Sh.Z., Shaymardanov Z.Sh., Jalolov R.R., Rustamova B.N., Arziqulov E.U.**<br>*Rux oksidi nanostrukturalarining morfologik va kristallografik xossalarining sintez sharoitiga bog‘liqligi*…… | 92-99 |
| **Zufarov A.M., Sagdeyev D.O., Galyametdinov Yu.G., Muxamadiyev N.K.**<br>*Turli xil anion stabilizatorlar bilan stabillashgan* CdS *sintezi va uning fotokatalitik xossalari*…… | 100-108 |

**UDK: 530.18** **DOI: https://doi.org/10.59251/2181-1296.2023.v5.141.1.2340**

# МЕТОД РЕШЕНИЯ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ БУЛЕВЫХ УРАВНЕНИЙ НА ОСНОВЕ МИНИМИЗАЦИИ ДИЗЪЮНКЦИЙ СЛОЖНЫХ КОНЪЮНКЦИЙ

**А.А.Байжуманов[1], М.А.Бердимуродов[2]**
*[1]Южно-Казахстанский государственный педагогический университет, Шымкент.*
*[2]Perfect university, Ташкент.*

**Аннотация.** С целью упрощения логических высказываний и сокращения времени решения систем нелинейных булевых уравнений предлагается критерий поглощения сложных конъюнкций окрестностью первого порядка конъюнкций высказываний отдельного класса систем нелинейных булевых уравнений выше второй степени, заданных полиномами Жегалкина. В исследуемом классе систем нелинейных булевых уравнений логические формулы полиномов Жегалкина разбиваются полностью или частично на некоторые линейные множители. В результате логические формулы приводятся к дизъюнкции сложных элементарных конъюнкций, состоящих из произведения отдельных аргументов, линейных полиномов или их отрицаний, на основе которых получается система нелинейных булевых уравнений. Рассматривается некоторые проблемы минимизации специальных дизъюнктивных нормальных форм, полученных от полинома Жегалкина выше второй степени специальных классов.

**Ключевые слова:** полином жегалкина, линейные булевы функции, однородные – единичные матрицы, длина полинома, дизъюнктивные нормальные формы.

## Murakkab konyunksiya va dis'yunksiyalarini minimallashtirish asosida nochiziqli mantiqiy tenglamalar tizimini yechish usuli

**Annotatsiya.** Maqolada Jegalkin ko‘phadi bilan aniqlangan mantiqiy tenglamalar tizimini soddalashtirish va chiziqli bo'lmagan mantiqiy tenglamalar tizimlarini yechish vaqtini qisqartirish uchun ikkinchi darajadan yuqori nochiziqli mantiqiy tenglamalar tizimlarining alohida sinfining birinchi tartibli atroflari tomonidan murakkab konyunksiyalarni soddalashtirish mezoni ishlab chiqilib va taklif qilingan. Nochiziqli mantiqiy tenglamalar tizimlarining o‘rganilayotgan sinfida Jegalkin ko'phadlarining mantiqiy formulalari to'liq yoki qisman ba'zi chiziqli omillarga bo'linadi. Natijada, mantiqiy formulalar individual argumentlar, chiziqli ko'phadlar yoki ularning inkorlari ko'paytmasidan iborat murakkab elementar birikmalarning dis’yunksiyasiga keltiriladi, ular asosida chiziqli bo'lmagan mantiqiy tenglamalar tizimi olinadi. Maxsus sinflarning ikkinchi darajasidan yuqori bo'lgan Jegalkin ko‘phadidan olingan maxsus dis'yunktiv normal shakllarni minimallashtirishning ba'zi muammolari ko'rib chiqiladi.

**Kalit so‘zlar:** jegalkin ko‘phadi , chiziqli mantiqiy funksiyalar, bir jinsli-bir xillik matritsalari, ko‘phad uzunligi, dis'yunktiv normal shakllar.

## Metod solution of systems of nonlinear boolean equations based on minimization of disunctions of complex conjunctions

**Abstract.** In order to simplify logical statements and reduce the time for solving systems of nonlinear Boolean equations, a criterion is proposed for the absorption of complex conjunctions by a first-order neighborhood of conjunctions of statements of a separate class of systems of nonlinear Boolean equations higher than the second degree, defined by Zhegalkin polynomials. In the studied class of systems of nonlinear Boolean equations, the logical formulas of Zhegalkin polynomials are divided completely or partially into some linear factors. As a result, logical formulas are reduced to the disjunction of complex elementary conjunctions, consisting of the product of individual arguments, linear polynomials or their negations, on the basis of which a system of nonlinear Boolean equations is obtained. Some problems of minimizing special disjunctive normal forms obtained from the Zhegalkin polynomial above the second degree of special classes are considered.

**Keywords:** zhegalkin polynomial, linear Boolean functions, homogeneous identity matrices, polynomial length, disjunctive normal forms.

**1. Введение.** Изучение логических уравнений, их классификации и разработка эффективных методов их решения имеют большое значение, поскольку именно к ним в

значительной степени сводится решение многих научных и технических задач, возникающих, например, при синтезе и анализе дискретных вычислительных и управляющих устройств, формализации поиска и доказательства теорем в формальных теориях, поиске не исправностей в технических системах. Эти задачи принято называть логическими

В течении долгого времени богатым источником логических задач служит теория автоматов, использующая такие развитые аппараты современной дискретной математики, как теория графов. В теории автоматов рассматриваются сложные дискретные автоматические устройства, составленные из простых элементов. Основной ее проблемой является проблема отношения между структурой и реализуемой ее функцией, основной задачей – логический синтез, цель которого – получение структуры с заданными заранее функциональными свойствами. Задачу синтеза можно сформулировать как задачу декомпозиции заданной функции по системе операторов, реализуемых элементами, из которых должна быть построена структура. Эта задача в свою очередь сводится к решению системы логических уравнений. Достаточно важна и задача анализа заданной структуры дискретного устройства, особенно в связи с проблемой поиска неисправностей. К нахождению корней системы логических уравнений сводится, например, поиск устойчивых состояний устройства, структура описывается данной системой.

Другим источником логических задач, интенсивно развивающимся в настоящее время, является проблема создания «искусственного интеллекта». В рамках проблемы проводится исследование задач, формализация которых сопряжена большими трудностями. Такие задачи принято называть «интеллектуальными» или «творческими». Как правило, это также и логические задачи, многие из которых удается сформулировать как задачи решения логических уравнений того или иного типа. Решение логических уравнений в общем виде связано с необходимостью реализации сильно ветвящегося процесса поиска корней, обширным перебором промежуточных решений. Как правило, этот настолько велик, что его не удается реализовать даже современных быстродействующих ЭВМ. Однако, учитывая особенности конкретных уравнений, процесс поиска корней часто удается существенно ускорить. Поэтому основной путь развития эффективных методов решения логических уравнении – это классификация уравнений и разработка соответствующих методов для каждого класса.

В работе исследуются отдельные классы систем нелинейных булевых уравнений выше второй степени, заданных полиномами Жегалкина Рассматриваются некоторые проблемы минимизации специальных дизъюнктивных нормальных форм, полученных от полинома Жегалкина выше второй степени специальных классов. предлагается критерий поглощения сложных конъюнкций окрестностью первого порядка конъюнкций высказываний отдельного класса систем нелинейных булевых уравнений выше второй степени, заданных полиномами Жегалкина.

**2. Постановка задачи**. Здесь рассматриваем критерии аналитических поглощений одной сложной конъьнкции совокупностью сложных конъюнкций.

Пусть:

$$\begin{cases} U(\tilde{x},Y(\tilde{x})) = x_{i_1}^{\sigma_1}\cdots x_{i_k}^{\sigma_k} Y_{v_1\cdots v_t}^{\wp_1}\cdots Y_{w_{1\gamma}\cdots w_e}^{\wp}, \\ U_1(\tilde{x},Y(\tilde{x})) = x_{i_1^1}^{\sigma_1^1}\cdots x_{i_{k_1}^1}^{\sigma_{k_1}^1}\cdot Y_{v_1^1\cdots v_{t_1}^1}^{\wp_1^1}\cdots Y_{w_1^1\cdots w_{e_1}^1}^{\wp_{n_1}^1}, \\ \cdots \qquad\qquad \cdots \qquad\qquad \cdots \\ U_m(\tilde{x},y(\tilde{x})) = x_{i_1^m}^{\sigma_1^m}\cdots x_{i_{k_m}^m}^{\sigma_{k_m}^m}\cdot Y_{v_1^m\cdots v_{t_m}^m}^{\wp_1^m}\cdots Y_{w_1^m\cdots w_{e_m}^m}^{\wp_{n_m}^m}, \end{cases}$$

неортогональные сложные конъюнкции[3] где обозначим через $Y_{i_1,\cdots,i_k}$ сумму $x_{i_1}+\cdots+x_{i_k}$ : $Y_{i_1,\cdots,i_k} = x_{i_1}+\cdots+x_{i_k}$, здесь $1\le k\le n; x_{ij}\in X^n=\{x_1,\ldots,x_n\}$, $1\le j\le k$.

Пусть $M(\tilde{x},\mathrm{Y}(\tilde{x}))=U_1(\tilde{x},\mathrm{Y}(\tilde{x}))\vee\cdots\vee U_m(\tilde{x},\mathrm{Y}(\tilde{x}))$ дизъюнкция сложных коньюнкций. Задача формулируется как поглощение сложной коньюнкции $U$ дизъюнкцией $M$ т.е. $[U\to M]\equiv 1$ или $[U\to \overset{m}{\underset{i=1}{V}} U_i]\equiv 1$.

**3. Критерии поглощения.**

**1–теорема.** Дизъюнкция

$$M(\tilde{x},\mathrm{Y}(\tilde{x}))=U_1(\tilde{x},\mathrm{Y}(\tilde{x}))\vee\cdots\vee U_m(\tilde{x},\mathrm{Y}(\tilde{x}))$$

поглощает сложную конъюнкцию $U(\tilde{x},Y(\tilde{x}))$ тогда и только тогда , когда система.

$$\begin{cases} U(\tilde{x},y(\tilde{x}))=1 \\ U_1(\tilde{x},y(\tilde{x}))=0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ U_m(\tilde{x},y(\tilde{x}))=0 \end{cases} \quad (1)$$

несовместна.

**Доказательство. Необходимость.** Пуст д.н.ф. $M(\tilde{x},Y(\tilde{x}))$ поглощает сложную конъюнкцию(с.к.)

$$U(\tilde{x},Y(\tilde{x})):[U\to M]\equiv 1 \quad \text{или} \quad [U\to \overset{m}{\underset{i=1}{\vee}} U_i]\equiv 1. \quad (2)$$

Отсюда имеем $[\bar{U}\vee \overset{m}{\underset{i=1}{\vee}} U_i]\equiv 1$ или $[U\wedge\neg(\overset{m}{\underset{i=1}{\vee}} U_i)]\equiv 0$.

Пусть $[U\wedge(\overline{\overset{m}{\underset{i=1}{\vee}} U_i})]\equiv 1$. Тогда существует $\tilde{\alpha}\in E_n^2$ такой , что $U(\tilde{\alpha})=1$ и $\neg(\overset{m}{\underset{i=1}{\vee}} U_i(\tilde{\alpha}))=1$ или $U(\tilde{\alpha})=1$ и $\overset{m}{\underset{i=1}{\vee}} U_i(\tilde{\alpha})=0$. Поэтому, если система

$$\begin{cases} U(\tilde{x},y(\tilde{x}))=1 \\ U_1(\tilde{x},y(\tilde{x}))=0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ U_m(\tilde{x},y(\tilde{x}))=0 \end{cases} \quad (3)$$

совместна, то существует набор $\tilde{\alpha}$ , что $U(\tilde{\alpha})=1$, $\overset{m}{\underset{i=1}{\vee}} U_i(\tilde{\alpha})=0$ и $[U(\tilde{\alpha})\wedge\neg(\overset{m}{\underset{i=1}{\vee}} U_i(\tilde{\alpha}))]\equiv 1$

Если система (3) несовместна, то не существует такого $\tilde{\alpha}\in E_n^2$, что $[U(\tilde{\alpha})\wedge\neg(\overset{m}{\underset{i=1}{\vee}} U_i(\tilde{\alpha}))]\neq 1$,

т.е. $[U(\tilde{\alpha})\wedge\neg(\overset{m}{\underset{i=1}{\vee}} U_i(\tilde{\alpha}_i))]=0$ или $[U(\tilde{\alpha})\to\overset{m}{\underset{i=1}{\vee}} U_i(\tilde{\alpha}_i)]=1$. Поэтому, когда (2) выполнено, система (1) является несовместной. Необходимост доказана.

**Достаточность.** Пусть выполнено условие теоремы. Покажем, что $[U(\tilde{x},Y(\tilde{x}))\to M(\tilde{x},Y(\tilde{x}))]\equiv 1$.

Нетрудно заметить, что для набора $\tilde{\alpha}\in E_n^2$ , в котором $U(\tilde{\alpha})=0$ справедливо равенство $[U(\tilde{\alpha})\to M(\tilde{\alpha})]\equiv 1$.

Пусть теперь $U(\tilde{\alpha})=1$. Покажем, что $M(\tilde{\alpha})\equiv 1$ и, следовательно , болганда $[U(\tilde{\alpha})\to M(\tilde{\alpha})]\equiv 1$ . В самом деле , если система (1) несовместна, то найдется уравнение , такой, что $U_\kappa(\tilde{\alpha})=1$ , следовательно $\overset{m}{\underset{i=1}{\vee}} U_i(\tilde{\alpha})=1$ . Итак, при любом $\tilde{\alpha}\in E_n^2$ имеем $[U(\tilde{\alpha})\to M(\tilde{\alpha})]\equiv 1$.

Эти теорема полностью доказана.

**2-теорема.** Пусть

$$U_1(\tilde{x},Y(\tilde{x}))=x_{i_1}^{\sigma_1}\cdots x_{i_k}^{\sigma_k}\,Y^{\wp_1}_{v_1^1\cdots v_{\kappa_1}^1}\cdots Y^{\wp_t}_{v_1^t\cdots v_{k_t}^t}\cdots Y^{\wp_{t+q+1}}_{n_1^1\cdots n_{m_1}^1}\cdots Y^{\wp_{t+q+\tau}}_{n_1^\tau\cdots n_{m_\tau}^t},$$

$$U_2(\tilde{x},Y(\tilde{x}))=x_{j_1}^{\alpha_1}\cdots x_{j_c}^{\alpha_c}\cdot Y^{\alpha_{c+1}}_{p_1^1\cdots p_{z_1}^1}\cdot Y^{\alpha_{c+2}}_{p_1^2\cdots p_{z_2}^2}\cdot\cdots\cdot Y^{\alpha_{c+e}}_{p_1^e\cdots p_{z_e}^e}$$

Сложные конъюнкции, состоящие из неортогональных выражений.

Если $(x_{i_1}^{\sigma_1}\cdots x_{i_k}^{\sigma_k}\to x_{j_1}^{\alpha_1}\cdots x_{j_c}^{\alpha_c})\equiv 1$,

$$\left.\begin{array}{c} \sum_{i=1}^{t}\wp_i=\alpha_{c+1},\ \sum_{i=1}^{t}Y_{v_1^i\cdots v_{k_i}^i}=Y_{p_1^1\cdots p_{z_1}^1} \\ \sum_{i=1}^{q}\wp_{t+i}=\alpha_{c+2},\ \sum_{i=1}^{q}Y_{w_1^i\cdots w_{e_i}^i}=Y_{p_1^2\cdots p_{z_2}^2} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \sum_{i=1}^{\tau}\wp_{t+q+i}=\alpha_{c+e},\ \sum_{i=1}^{\tau}\gamma_{n_1^i\cdots n_{m_i}^i}=\gamma_{p_1^e\cdots p_{z_e}^e} \end{array}\right\} \quad (4)$$

то $[U_1(\tilde{x},y(\tilde{x}))\to U_2(\tilde{x},y(\tilde{x}))]\equiv 1$, т.е. сложная конъюнкция $U_1$ поглощается сложной конъюнкцией $U_2$.

Доказательство. Пусть

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{t}\sigma_i=\sigma, \\ \sum_{\tau=1}^{t}(x_{i_1^\tau}\oplus\cdots\oplus x_{i_{k_\tau}^\tau})=\sum_{i=1}^{e}x_{j_i} \end{cases} \quad (5)$$

Докажем, что линейное выражение $Y^{\sigma}_{j_1\cdots j_e}$ поглощает произведение $U(Y(\tilde{x}))=\overset{t}{\underset{\tau=1}{\Delta}}Y^{\sigma_\tau}_{i_1^\tau\cdots i_{k_\tau}^\tau}$, где $U(Y(\tilde{x}))\neq 0$, т.е. равенства

$$(\overset{t}{\underset{\tau=1}{\wedge}}Y^{\sigma_\tau}_{i_1^\tau\cdots i_{k_\tau}^\tau}\to Y^{\sigma}_{j_1\cdots j_e})\equiv 1 \quad (6)$$

спроведливо, когда имеет место условия (5).

По теореме 1 известно, что для выполнения (6) система

$$(\overset{t}{\underset{\tau=1}{\Delta}}Y^{\sigma_1}_{i_1^\tau\cdots i_{k_\tau}^\tau}=1,\ Y^{\sigma_t}_{j_1\cdots j_e}=0 \quad (7)$$

должна быть несовместна. Условие $(\overset{t}{\underset{\tau=1}{\Delta}}Y^{\sigma_1}_{i_1^\tau\cdots i_{k_\tau}^\tau}\equiv 0$

влечет, что система $\left\{Y^{\sigma_1}_{i_1^1\cdots i_{k_1}^1}=1,\cdots,Y^{\sigma_t}_{i_1^t\cdots i_{k_t}^t}=1\right\}$ или эквивалентная ей система $\left\{Y_{i_1^1\cdots i_{k_1}^1}=\sigma_1,\cdots,Y^{\sigma_t}_{i_1^t\cdots i_{k_t}^t}=\sigma_t\right\}$ совместны.

Нетрудно заметить, что уравнения $Y^{\sigma}_{j_1\cdots j_e}=0,\ Y_{j_1\cdots j_e}=\bar{\sigma}$ эквивалентны.

Принимая во внимание выше сказанное построим

$$\begin{cases} Y_{i_1^1\ldots i_{k_1}^1}=\sigma_1 \\ \cdots\qquad\cdots \\ Y_{i_1^t\ldots i_{k_t}^t}=\sigma_t \\ Y_{j_1\ldots j_l}=\overline{\sigma} \end{cases}$$

которая эквивалентна системе (7).

Известно [2] , что система линейных булевых уравнений несовместна тогда , когда после сложения по mod2 левых и правых частей , соответственно, получается неравные константы. Отсюда очевидно, что полученная система несовместна тогда, когда выполняется равенства (1,2) . Следовательно система (7) несовместно и поэтому имеет место

$$[\overset{t}{\underset{\tau=1}{\Delta}}Y^{\sigma_\tau}_{i_1^\tau\cdots i_{k_\tau}^\tau}\to Y^{\sigma}_{j_1\cdots j_e}]\equiv 1.$$

Значит, на основе (5) и (6) условия (4) представляем в виде:

$$(x^{\sigma_1}_{i_1}\cdots x^{\sigma_k}_{i_k}\to x^{\alpha_1}_{j_1}\cdots x^{\alpha_c}_{j_c})\equiv 1,$$

$$\left.\begin{array}{l} \bigwedge\limits_{i=1}^{t} y^{\vartheta_i}_{v_1^i\cdots v_{k_i}^i} \to y^{\sigma}_{p_1^1\cdots p_{z_1}^1} \equiv 1, \\ \bigwedge\limits_{i=1}^{q} y^{\vartheta_t+i}_{w_1^i\cdots w_{e_i}^i} \to y^{\sigma}_{p_1^2\cdots p_{z_2}^2} \equiv 1, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \bigwedge\limits_{i=1}^{\tau} y^{\vartheta_{z+q+i}}_{m_1^i\cdots n_{m_i}^i} \to y^{\alpha_{c+e}}_{p_1^e\cdots p_{z_e}^e} \equiv 1, \end{array}\right\} \quad (8)$$

Отсюда очевидно, что при выполнении (8) справедливо:

$$[(\bigwedge_{j=1}^{k} x_{i_j}^{\sigma_j}).(\bigwedge_{i=1}^{t} Y^{\vartheta_i}_{v_1^i\cdots v_{k_i}^i}).(\bigwedge_{i=1}^{q} Y^{\vartheta_{t+i}}_{w_1^e\cdots w_{e_i}^j})\cdots(\bigwedge_{i=1}^{\tau} Y^{\vartheta_{t+q+i}}_{n_1^i\cdots n_{m_i}^i}) \to (\bigwedge_{i=1}^{c} x_{j_i}^{\alpha_i})(\bigwedge_{i=1}^{e} Y^{\alpha_{c+i}}_{p_1^i\cdots p_{z_i}^i})] \equiv 1, \quad \text{или}$$

$$U_1(\tilde{x}, Y(\tilde{x})) \to U_2(\tilde{x}, Y(\tilde{x})) \equiv 1$$

**Теорема доказана.**

Рассмотрим основные критерии упрощения дизъюнкций сложных коньюнкций. Положим

1) $U\left(x, Y\left(x\right)\right) = 0$ ( тождественно нулю),

2) $U_1\left(x, Y\left(x\right)\right) \vee U_2\left(x, Y\left(x\right)\right) = U_2\left(x, Y\left(x\right)\right)$ (элементарное поглощение),

3) $\left[U\left(x, Y\left(x\right)\right) \to \bigvee\limits_{i=1}^{k} U_i\left(x, Y\left(x\right)\right)\right] = 1$ (обобщенное поглощение).

Пусть $U\left(x, Y\left(x\right)\right) = x_{i_1}^{\sigma_1}\cdots x_{i_l}^{\sigma_l} Y^{\delta_1}_{v_1\cdots v_p}\cdots Y^{\delta_q}_{w_1\cdots w_r}$ и

$$\begin{cases} x_{i_1} = \sigma_1, \ldots, Y_{v_1\ldots v_p} = \delta_1 \\ \cdots \quad \cdots \\ x_{i_l} = \sigma_l, \ldots, Y_{w_1\ldots w_r} = \delta_q \end{cases} \quad (9)$$

Нетрудно заметить, что система (9) несовместна тогда и только тогда, когда

$$x_{i_1}^{\sigma_1}\cdots x_{i_l}^{\sigma_l} Y^{\delta_1}_{v_1\cdots v_p}\cdots Y^{\delta_q}_{w_1\cdots w_r} = 0.$$

**3-теорема.** Сложные конъюнкции

$$Y^{\sigma_1}_{i_1\ldots i_k}\ldots Y^{\sigma_j}_{j_1\ldots j_p}\cdot Y^{\sigma_{j+1}}_{\tau_1\ldots\tau_q}, \quad Y^{\sigma_1}_{i_1\ldots i_k}\ldots Y^{\sigma_j}_{j_1\ldots j_p}\cdot Y^{\sigma}_{v_1\ldots v_l} \quad (10)$$

тождественно равны, если выполняются следующие условия:

$$a)\ \sigma_1 \oplus \sigma_2 \oplus \ldots \oplus \sigma_j \oplus \sigma_{j+1} = \sigma,$$

$$b)\ Y_{i_1\ldots i_k} \oplus \ldots \oplus Y_{j_1\ldots j_p} \oplus Y_{\tau_1\ldots\tau_q} = Y_{v_1\ldots v_l}$$

**Доказательство.**

Условие b) по обозначению линейных выражений можно записать так:

$Y_{v_1\ldots v_l} = Y_{i_1\ldots i_k\ldots j_1\ldots j_p\tau_1\ldots\tau_q}$ следовательно, если учитывать и условие a) , то сложная конъюнкция (10) имеет вид : $Y^{\sigma_1}_{i_1\ldots i_k}\ldots Y^{\sigma_j}_{j_1\ldots j_p}\cdot Y^{\sigma_1\oplus\sigma_2\oplus\ldots\oplus\sigma_j\oplus\sigma_{j+1}}_{i_1\ldots i_k\ldots j_1\ldots j_p\ldots\tau_1\ldots\tau_q}$.

Пусть

$$\left(x_{i_1} \oplus x_{i_2} \oplus \ldots \oplus x_{i_k}\right)^{\sigma_1} = 1, \ldots, \left(x_{j_1} \oplus x_{j_2} \oplus \ldots \oplus x_{j_p}\right)^{\sigma_j} = 1, \ldots$$

$$\left(x_{i_1} \oplus x_{i_2} \oplus \ldots \oplus x_{i_k} \oplus \ldots \oplus x_{j_1} \oplus x_{j_2} \oplus \ldots \oplus x_{j_p} \oplus x_{\tau_1} \oplus x_{\tau_2} \oplus \ldots \oplus x_{\tau_q}\right)^{\sigma_1\oplus\sigma_2\oplus\ldots\oplus\sigma_{j+1}} = 1$$

Отсюда имеет место

$$\left(x_{i_1} \oplus x_{i_2} \oplus \ldots \oplus x_{i_k}\right) = \sigma_1, \ldots, \left(x_{j_1} \oplus x_{j_2} \oplus \ldots \oplus x_{j_p}\right) = \sigma_j, \ldots,$$

$$\left(x_{i_1} \oplus x_{i_2} \oplus \ldots \oplus x_{i_k} \oplus \ldots \oplus x_{j_1} \oplus x_{j_2} \oplus \ldots \oplus x_{j_p} \oplus x_{\tau_1} \oplus x_{\tau_2} \oplus \ldots \oplus x_{\tau_q}\right) =$$

$$= \sigma_1 \oplus \sigma_2 \oplus \ldots \oplus \sigma_{j+1}$$

После несложных преобразований имеем $x_{\tau_1}\oplus\ldots\oplus x_{\tau_q}=\sigma_{j+1}$ или $Y_{\tau_1\ldots\tau_q}=\sigma_{j+1}$. А это показывает, что спроведливо тождество $Y^{\sigma_1}_{i_1\ldots i_k}\ldots Y^{\sigma_j}_{j_1\ldots j_p}\cdot Y^{\sigma_{j+1}}_{\tau_1\ldots\tau_q}$, $Y^{\sigma_1}_{i_1\ldots i_k}\ldots Y^{\sigma_j}_{j_1\ldots j_p}\cdot Y^{\sigma}_{v_1\ldots v_l}$, когда выполняется условии а) и б). **Теорема доказана.**

Из утверждения теоремы вытекает справедливость следующих следствий:

**Следствие 1**. Если $\sigma_1\oplus\sigma_2\oplus\ldots\oplus\sigma_l=\overline{\sigma}$ то $x^{\sigma_1}_{i_1}\cdot x^{\sigma_2}_{i_2}\cdot\ldots\cdot x^{\sigma_l}_{i_l}\cdot Y^{\sigma}_{i_1\ldots i_l}=0$.

**Следствие 2.** Если $\sigma_1\oplus\sigma_2\oplus\ldots\oplus\sigma_l=\sigma$, то $x^{\sigma_1}_{i_1}\cdot x^{\sigma_2}_{i_2}\cdot\ldots\cdot x^{\sigma_l}_{i_l}\cdot Y^{\sigma}_{i_1\ldots i_l}=x^{\sigma_1}_{i_1}\cdot x^{\sigma_2}_{i_2}\cdot\ldots\cdot x^{\sigma_l}_{i_l}$.

**Следствие 3**. Если $\sigma_1\oplus\sigma_2\oplus\ldots\oplus\sigma_l=\sigma$, то $x^{\sigma_1}_{i_1}\cdot x^{\sigma_2}_{i_2}\cdot\ldots\cdot x^{\sigma_l}_{i_l}\cdot Y^{\sigma}_{i_1\ldots i_{l+1}}=x^{\sigma_1}_{i_1}\cdot x^{\sigma_2}_{i_2}\cdot\ldots\cdot x^{\sigma_l}_{i_l}\cdot\overline{x_{i_{l+1}}}$.

**Следствие 4.** Если $\sigma_1\oplus\sigma_2\oplus\ldots\oplus\sigma_l=\overline{\sigma}$, то $x^{\sigma_1}_{i_1}\cdot x^{\sigma_2}_{i_2}\cdot\ldots\cdot x^{\sigma_l}_{i_l}\cdot Y^{\sigma}_{i_1\ldots i_{l+1}}=x^{\sigma_1}_{i_1}\cdot x^{\sigma_2}_{i_2}\cdot\ldots\cdot x^{\sigma_l}_{i_l}\cdot x_{i_{l+1}}$.

**Следствие 5.** При $\sigma''=\sigma_1\oplus\sigma_2\oplus\ldots\oplus\sigma_l\oplus\sigma'$ имеет место

$x^{\sigma_1}_{i_1}\cdot x^{\sigma_2}_{i_2}\cdot\ldots\cdot x^{\sigma_l}_{i_l}\cdot Y^{\sigma'}_{i_1\ldots i_{l+1}\ldots i_k}=x^{\sigma_1}_{i_1}\cdot x^{\sigma_2}_{i_2}\cdot\ldots\cdot x^{\sigma_l}_{i_l}\cdot Y^{\sigma''}_{i_{l+1}\ldots i_k}$.

**Следствие 6.** $Y^{\sigma_1}_{i_1\ldots i_k}\cdot Y^{\sigma_2}_{i_1\ldots i_k i_{k+1}\ldots i_m}=Y^{\sigma_1}_{i_1\ldots i_k}\cdot Y^{\sigma_1\oplus\sigma_2}_{i_{k+1}\ldots i_m}$.

### 4. Решение систем булевых нелинейных уравнений

Пусть задана система нелинейных булевых уравнений, высказывания которых состоят из дизъюнкций сложных конъюнкций

$$\begin{cases}U_{11}\vee U_{12}\vee\ldots\vee\ldots U_{1,11}=1\\ U_{21}\vee U_{22}\vee\ldots\vee\ldots U_{2,12}=1\\ \qquad\ldots\qquad\ldots\qquad\ldots\\ U_{m1}\vee U_{m2}\vee\ldots\vee\ldots U_{m,1m}=1\end{cases}\tag{11}$$

где $U_{ij}=x^{\delta_1}_{i_1}x^{\delta_2}_{i_2}\ldots x^{\delta_k}_{i_k}Y^{\delta_{(k+1)}}_{v_1,w_1}\ldots Y^{\delta_{(k+t)}}_{v_t,w_t}$

$$Y^{\delta}=\begin{cases}Y,\ если\ \delta=1,\\ \overline{Y},в\ противном\ случае.\end{cases}$$

Нетрудно заметить, что двоичный набор $\acute{\alpha}$ является решением системы (11) тогда и только тогда , когда существует уравнение

$$U_{1,i1}\vee U_{2,i2}\vee\ldots\vee\ldots U_{m,im}=1\tag{12}$$

для которого $\alpha$ является решением.

Алгоритм решения системы (11) следующий: Пусть $l_j\le l_1,l_2,\ldots,l_{j-1},l_{j+1},\ldots,l_m$ или для простоты $l_j=l_1$.

Организуем группы для каждой сложной конъюнкции(с.к.) $U_{1i}\left(i=\overline{1,l_1}\right)$, из системы (11), в которой: $U_{1i}\left\{U_{k,i1},U_{k,i2},\ldots,U_{k,it}\right\}\neq 0$.

$$\begin{cases}U_{1i}=1\\ U_{2,i1}\vee U_{2,i2}\vee\cdots\vee U_{2,it_2}=1\\ \qquad\ldots\qquad\ldots\qquad\ldots\\ U_{m,i1}\vee U_{m,i2}\vee\cdots\vee U_{m,it_m}=1\end{cases}\tag{13}$$

Умножение уравнений подсистемы (13) осуществляется методом цепей , в произведение которых входят по одной с.к., что приводит к виду ( 12) . Проделывая операцию $U\,\&U=U$, представим уравнение (12) в следующем виде:

$$x^{\delta_1}_{j_1}x^{\delta_2}_{j_2}\ldots x^{\delta k}_{j_k}Y^{\delta(l+1)}_{l_1,m_1}Y^{\delta(l+2)}_{l_2,m_2}\ldots Y^{\delta(l+n)}_{l_n,m_n}=1\tag{14}$$

С помощью тождеств :

$$x_i x_j Y_{ij} = 0,$$
$$x_i \overline{x_j}\,\overline{Y_{ij}} = 0,$$
$$\overline{x_i} x_j Y_{ij} = 0,$$
$$\overline{x_i}\,\overline{x_j} Y_{ij} = 0,$$
$$U \,\&\, \overline{U} = 0.$$

проверяем, имеет ли корни уравнение (14).

Далее с помощью преобразований :

$$x_i x_j \overline{Y_{ij}} = x_i x_j, \qquad \overline{x_i}\,\overline{Y_{ij}} = \overline{x_i}\,\overline{x_j},$$
$$\overline{x_i} x_j Y_{ij} = \overline{x_i} x_j, \qquad x_i \overline{Y_{ij}} = x_i x_j,$$
$$x_i \overline{x_j} Y_{ij} = x_i \overline{x_j}, \qquad x_i Y_{ij} = \overline{x_i} x_j,$$
$$\overline{x_i}\,\overline{x_j}\,\overline{Y_{ij}} = \overline{x_i}\,\overline{x_j}, \qquad \overline{x_i} Y_{ij} = x_i \overline{x_j},$$
$$\overline{x_i} Y_{ij} = x_i \overline{x_j}, \qquad x_j \overline{Y_{ij}} = x_i x_j,$$
$$x_i Y_{ij} = x_i \overline{x_j}, \qquad \overline{x_i}\,\overline{Y_{ij}} = \overline{x_i}\,\overline{x_j}.$$

упрощаем уравнение (14).

В результате получаем уравнение вида: $x_{t_1}^{\delta_1} x_{t_2}^{\delta_2} \cdots x_{t_k}^{\delta_k} Y_{p_1,q_1}^{\delta(m+1)} Y_{p_2,q_2}^{\delta(m+2)} \cdots Y_{p_t,q_t}^{\delta(m+t)} = 1.$

Имея ввиду, что $Y_{ij} = x_i \overline{x_j} \vee \overline{x_i} x_j$, $\overline{Y_{ij}} = \overline{x_i}\,\overline{x_j} \vee x_i x_j$

Строим совокупность уравнений вида $x_{t_1}^{\delta_1} x_{t_2}^{\delta_2} \cdots x_{t_k}^{\delta_k} A_1 A_2 \cdots A_t = 1$, здесь $A_i, \left(i = \overline{1,t}\right)$ получается из $Y_{p_i,q_i}^{\delta_i}$ следующем образом:

$$A_i \in \left\{\left(\overline{x_{p_i}}, x_{q_i}\right)\left(x_{p_i}, \overline{x_{q_i}}\right)\right\}, \textit{если } \delta_i = 1,$$
$$A_i \in \left\{\left(x_{p_i}, x_{q_i}\right)\left(\overline{x_{p_i}}, \overline{x_{q_i}}\right)\right\}, \textit{если } \delta_i = 0.$$

Проделывая упрощения $x \& x = x$ и выбрасывая комбинации, в которых возникает ситуация $x \& \neg x = 0$, получаем совокупность уравнений вида $x_{i_1}^{\delta_1} \,\&\, x_{i_2}^{\delta_2} \,\&\, \ldots \,\&\, x_{i_k}^{\delta_k} = 1$,

для каждого из которых выписываем решение $\alpha' = \left(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n\right)$, где

$$\alpha_\gamma = \begin{cases} \delta_\gamma, \textit{ если } \gamma \in \left(i_1, i_2, \ldots, i_p\right) \\ 2 \end{cases}$$

**Заключение.** В работе исследованы отдельные классы систем нелинейных булевых уравнений выше второй степени, заданных полиномами Жегалкина Решены проблемы минимизации специальных дизъюнктивных нормальных форм, полученных от полинома Жегалкина выше второй степени специальных классов. Доказан критерий поглощения сложных конъюнкций окрестностью первого порядка конъюнкций высказываний отдельного класса систем нелинейных булевых уравнений выше второй степени, заданных полиномами Жегалкина.

## Литература


1. Яблонский С.В. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики.-М,Наука, 1974.
2. Байжуманов А.А «Дискреттік математика» Шымкент 2007 жыл.
3. Байжұманов А.А Арнайы кластағы сызықты емес логикалық теңдеулер жүйесін ықшамдау кретериі. «Педагогикалық кадрларды дайындаудың қазіргі заманғы өзекті мәселелері» Халықаралық ғылыми – практикалық конференция материалы. Шымкент, 2007ж.
4. Berdimurodov, M., Baizhumanov, A. “Algorithms for minimizing functions of the algebra of logic in the class of disjunctive normal forms and estimating their complexity” - 2022 International Conference on Information Science and Communications Technologies, ICISCT 2022.