ISNN:2181-1296



SHAROF RASHIDOV NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

САМАРКАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ШАРОФА РАШИДОВА

SAMARKAND STATE UNIVERSITY NAMED AFTER SHAROF RASHIDOV

ILMIY AXBOROTNOMA

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК SCIENTIFIC JOURNAL

ANIQ VA TABIIY FANLAR SERIYASI

Matematika, Mexanika, Informatika
Fizika, Kimyo, Biologiya, Geografiya

№ 3/2 (139)
2023

ISSN 2181-1296

ILMIY AXBOROTNOMA

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК SCIENTIFIC JOURNAL

2023-yil, 3-son (2-seriya)(139) ANIQ VA TABIY FANLAR SERIYASI

Matematika, Mexanika, Informatika, Fizika, Kimyo, Biologiya, Geografiya

Samarqand viloyat matbuot boshqarmasida ro‘yxatdan o‘tish tartibi 09-25.
Jurnal 1999-yildan chop qilina boshlagan va OAK ro‘yxatiga kiritilgan.

BOSH MUHARRIR **R. I. XALMURADOV, t.f.d., professor**
BOSH MUHARRIR O‘RINBOSARLARI: **H.A. XUSHVAQTOV, f-m.f.d., dotsent**
A. M. NASIMOV, t.f.d., professor

TAHRIRIYAT KENGASHI:

ANIQ FANLAR

SH.A.ALIMOV - O‘zFA akademigi
S.N.LAKAYEV - O‘zFA akademigi (SamDU)
M.M.MIRSAIDOV - O‘zFA akademigi
A.S.SOLEEV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
I.A.IKROMOV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
B.X.XO‘JAYAROV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
A.G.YAGOLA - f.-m.f.d., professor (Moskva davlat universiteti, Rossiya)
I.I.JUMANOV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
X.X.XUDOYNAZAROV - t.f.d., professor (SamDU)
ALBERTO DEL BIMBO - Florensiya universiteti professori, Italiya
L.SABIROV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
A.JUMABOYEV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
N.N.NIZAMOV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
O.Q.QUVONDIQOV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
I.A.RAXMATULLAYEV - f.-m.f.d., professor
A.SH.YARMUXAMEDOV - f.-m.f.n., (SamDU)
X.S.XAYDAROV - f.-m.f.n., dotsent (SamDU)

TABIY FANLAR

M.X.ASHUROV - O‘zFA akademigi
N.B. FERAPONTOV - k.f .d., professor (Moskva davlat universiteti, Rossiya)
SH. M. TUGIZOV - professor, Koliforniya universiteti, AQSh
H. I. AKBAROV - k.f.d., professor (O'zMU)
E. A. ABDURAXMONOV - k.f.d., professor (SamDU)
N. K. MUXAMADIYEV - k.f.d., professor (SamDU)
L. A. BULAVIN - Kiev milliy universiteti professori, Ukraina
X. Q. XAYDAROV - b.f.d., professor (SamDU)
Z. I. IZZATULLAYEV - b.f.d., professor (SamDU)
Sh. T. XOLIQULOV - g.f.d., professor (SamDU)
S. B. ABBASOV - g.f.d., professor (SamDU)
Q. S. YARASHEV - g.f.d., professor (SamDU)
GUN-SIK PARK - Seul univeriteti professori, Koreya
D.B.XURSANOV - g.f.f.d., dotsent (SamDU)
M. S. QUZIYEV - b.f.f.d., dotsent (SamDU)

Obuna indeksi – yakka tartibdagi obunachilar uchun **- 5583,**
tashkilot, korxonalar uchun **- 5584**

MUNDARIJA	
Кулжанов У.Н., Адилов А.А. *Спектралные свойства одночастичного оператора шредингера с контактным потенциалом*……..	3-7
Eshbekov R. *The cauchy problem for the modified korteweg-de vries equation with finite density in the class of periodic functions*……..	8-16
Abdurakhmonov B., Zaripov O., Teshayeva M. *Lagranj ko`paytuvchilari yordamida tengsizliklarni isbotlash*……	17-21
Umirzoqova I., Boboxonova G. *Oshkormas funksiya egriligi va kvadratik formalari*……..	22-26
Qurbonov H.G‘., Rustamov M.K., Gafurova D.A., Temiron N.N., Toshpulatova M.Sh. *Synthesis and properties of difficult combustion material based on modified polyacrylonitrile*……	27-32
Холиков Д.Ш., Худайбердиев З.Б., Исмоилов Х.Ф. *Упрощение нелинейного уравнения крутильных колебаний круглого конического слоя*……	33-38
Kamoliddinov D.U. *Density and regular distribution*……	39-43
Kuliev K., Eshimova M., Turaqulov T. *A new method for norm of a hardy-volterra operator*……	44-50
Kuziev B.N. *A comparative study on feature selection methods in QSAR*……..	51-55
Мардонов Ж.А. *Задача коши для неоднородного лапласова поля*……	56-61
Нуритдинов И., У.Эсанов З., Саидахмедов К.Х., Мажидов Х.М. *Преобразовании Dy1 центров в Dy2 центры в кристаллах* Dy_2SiO_5……	62-66
Akhmadova M.O. *The number of eigenvalues of the discrete schrödinger operator*……	67-71
Курбаниязов А.А., Сырлыбекқызы С., Раманкулов Ш. Ж., Аймбетова И.О., Ещанова Т.Д. *Новые данные высокого временного разрешения о морских и их изменчивости в зависимости от климатических условий*……	72-77
Ikromov I.A., Safarov A.R., Khudoyberdiev D. *Invariant estimates for generalized oscillatory integrals with polynomial phase*……	78-86
Urazbayev A.K. *Amudaryo hozirgi deltasidagi yer usti suv oqimlarining geografik strukturalari*……	87-91
Komilova N.K., Karshibayeva L.K. *Iqlim o‘zgarishlari va aholi kasalliklarining hududiy tarkibi (Jizzax va Sirdaryo viloyatlari misolida)*……	92-99
Нуритдинов И., Эсанов З.У., Саидахмедов К.Х., Ирисов Ш. *Влияние ионизирующего излучения на спектрально-люминесцентные свойства органических сцинтилляторов ups-923a*……	100-104
Alimkulov N.R. *Antropogen landshaftlarni tadqiq etish asosida landshaft-ekologik sharoit tushunchasining shakllanishi*……	105-113
Кувандиков О.К., Усаров У.Т. *Электрические, гальваномагнитные свойства редкого металла при различных температурах*	114-125
Komilova N.K., Ravshanov A.X. *Global iqlim o‘zgarishlari sharoitida O‘zbekistonda yuqumli-parazitar kasalliklar tarqalishining hududiy jihatlari*……	126-132

Рахматуллаев И.А., Ботиров Х.З., Чернега Н.В., Хайдаров Х.С. *Двухфотонно-возбуждаемая люминесценция в полициклических ароматических соединениях.....*	133-138
Anarova Sh.A., Jabbarov J.S., Rustamov A.A. Kattalashtirish masshtabiga bog'liq bo'lmagan fraktal o'lchovlarni geometrik modellashtirish…….	138-142
Nurmuhamedova D.K., Kutlieva G.J., Sohibnazarova X.A., Zairova X.T. *Mahalliy sut achituvchi bakteriyalarning antimikrob va bakteriosinogen faolligini tadqiq etish …….*	143-148
Тайланов Н.А., Уринов С.Х. *Численное моделирование уравнения гросса-питаевского.....*	149-159

UDK: 517 **DOI:** https://doi.org/10.59251/2181-1296.2023.v3.139.2.2187

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО ЛАПЛАСОВА ПОЛЯ

Ж.А.Мардонов

Самаркандский государственный университет имени Шарофа Рашидова
e-mail: mardonov-jolgosh@mail.ru

Аннотация. В данной работе рассматривается решение задача Коши для неоднородного Лапласова поля. Приводится формула регуляризации решения.

Ключевые слова: Лапласово поле, задача Коши, интегральная формула Коши, формула Карлемана.

Laplas maydoni uchun qo’yilgan Koshi masalasi

Annotatsiya. Ushbu maqolada бир жинсли булмаган Laplas maydoni uchun qo`yilgan Koshi masalasi yechimi qaraladi. Yechimning regulyarlashgan ko’rinishi topiladi.

Kalit so`zlar: Laplas maydoni, Koshi masalasi, Koshi integral formulasi, Karleman formulasi.

Cauchy problem for the Laplace filed

Abstract. In this paper, we consider solutions of the Cauchy problem for the nonhomogenius Laplacian field. We give a regularization of the solution.

Keywords: Laplacian fields, Cauchy problem, Cauchy integral formula, Carleman’s formula.

1. Введение. Через $x=(x_1,x_2,x_3)$ u $y=(y_1,y_2,y_3)$ будем обозначать точки трехмерного вещественного Евклидова пространство $\square^3$, через D - ограниченную область этого пространства с гладкой границей ∂D. В этой области рассмотрим некоторого векторного поле $\vec{F}(x)$, которое удовлетворяет системе дифференциальных уравнений первого порядка $[1]$:

$$\operatorname{div}\vec{F}(x)=\vartheta(x)\ ,\quad \operatorname{rot}\vec{F}(x)=\vec{R}(x)\ ,\quad x\in D\ . \qquad (1)$$

где $\vartheta(x)$ - скалярное поле , $\vec{R}(x)$ - векторное поле.

Мы будем предполагать , что заданные поля $\vartheta(x)$ и $\vec{R}(x)$ дифференцируемы в области D. Нам известно , что уравнение (1) имеет внутри D общее решение , выражаемой формулой [1 – 2] :

$$\vec{F}(x)=-\frac{1}{4\pi}\iint_{\partial D}\left\{(\vec{n}\cdot\vec{F})\,grad\,\frac{1}{|y-x|}+[\vec{n}\times\vec{F}]\times grad\,\frac{1}{|y-x|}\right\}ds_y+$$

$$+\frac{1}{4\pi}\iiint_D\vartheta(y)\cdot grad\,\frac{1}{|y-x|}dv+\frac{1}{4\pi}\iiint_D R(y)\times grad\,\frac{1}{|y-x|}dv\ ,\quad x\in D. \qquad (2)$$

Если поле $\vec{F}(x)$ - гармонического (или лапласово) в D т.е. $\operatorname{div}\vec{F}(x)=0$, $rot\vec{F}(x)=0$, то из (2) немедленно следует трехмерная интегральная формула Коши [2]-[3]:

$$\vec{F}(x)=-\frac{1}{4\pi}\iint_{\partial D}\left\{(\vec{n}\cdot\vec{F})\,grad\,\frac{1}{|y-x|}+[\vec{n}\times\vec{F}]\times grad\,\frac{1}{|y-x|}\right\}ds_y\ ,\quad x\in D. \qquad (3)$$

2. Теперь решаем задачу (1) для специальных классов областей

Пусть $D\subset R^3$ - ограниченная односвязная область, граница которой состоит из куска T гиперплоскости $y_3=0$ и гладкой поверхности S, лежащей в полупространстве $y_3\geq 0$, т.е. $\partial D=S\cup T$. Рассмотрим в области D задачу Коши.

Подстановка задачи. Известны данные Коши решения системы (1) на поверхности S:

$$\vec{F}(y)\Big|_S = \vec{f}(y), \quad y \in S. \tag{4}$$

где $\vec{f} = (f_1, f_2, f_3)$ - заданная непрерывная вектор-функция.

Требуется восстановить функцию $\vec{F}(y)$ в D, исходя из заданной $\vec{f}(y)$.

Обозначим через $H(D)$ совокупность функций гармонических в D и непрерывных на $D \cup \partial D = \overline{D}$. Функцию $\Phi(y,x)$ при $y \neq x$ определим равенством

$$\Phi(y,\ x) = -\frac{1}{4\pi r} + g(y,\ x)\ ,\ r = |x-y|\ . \tag{5}$$

здесь $g(y,x)$ - функция заданная $R^3 \times R^3$ и гармоническая по переменному y в R^3.

Пусть $\mathrm{K}(w)$, $w = u + iv$ $(u,v -$ вещественные$)$ - целая функция, принимающая действительные значения при вещественных w и

$$\mathrm{K}(w) \neq 0\ ,\ \sup_{v \geq 1} \left| v^p \cdot \mathrm{K}^p(w) \right| = M(p,u) < \infty\ ,\ p = 0,1,2,\quad -\infty < u < +\infty.$$

Функция $\Phi(y,x)$ при $y \neq x$ определим формулой

$$\Phi(y,x) = -\frac{1}{2\pi^2 K(x_3)} \int_0^{\infty} \mathrm{Im}\left[\frac{K(w)}{w - x_3}\right] \frac{du}{\sqrt{u^2 + \alpha^2}}, \tag{6}$$

где $\alpha^2 = (y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2$.

В работе [4] -[6] показано, что функция $\Phi(y,x)$, определенная равенством (6) , представима в виде (5) . Таким образом, для $\vec{F}(y) \in \mathrm{A}(D)$ справедлива формула (2), в которой $\Phi(y,x)$ находится из (6). Заметим, что в (6) за $\mathrm{K}(w)$ можно взять аналитическую функцию, регулярную в некоторой области .

При $\sigma > 0$ в формуле (6) положим

$$K(w) = \exp(\sigma w^2)\ \ ,\ \ w = \imath\sqrt{u^2 + \alpha^2} + y_{3,}$$

$$K(x_3) = \exp(\sigma x^3)\ ,\ \sigma > 0\ ,\ x_3 > 0\ .$$

Тогда получим

$$\Phi_\sigma(y,x) = -\frac{e^{-\sigma x_3^2}}{2\pi^2} \int_0^{\infty} \mathrm{Im}\left[\frac{\exp(\sigma w^2)}{w - x_3}\right] \frac{du}{\sqrt{u^2 + \alpha^2}} \tag{7}$$

Подставляя (7) в (2) , получим

$$\vec{F}(x) = -\iint_{\partial D} \left\{(\vec{n} \cdot \vec{F})\, grad\,\Phi_\sigma(y,x) + [\vec{n} \times \vec{F}] \times grad\,\Phi_\sigma(y,x)\right\} ds_y +$$

$$+ \iiint_D \vartheta(y) \cdot grad\,\Phi_\sigma(y,x)\, dv + \iiint_D [R(y) \times grad\,\Phi_\sigma(y,x)]\, dv\ ,\ \ x \in D. \tag{8}$$

Выделяя мнимую часть подинтегрального выражения в (7), получим

$$\Phi_\sigma(y,x) = \frac{e^{\sigma {y^2}_3 - \sigma {x^2}_3 - \sigma\alpha^2}}{2\pi^2} \int \frac{\varphi_\sigma(y,x,u)}{u^2 + r^2} \cdot e^{-\sigma u^2} du\ , \tag{9}$$

где

$$\varphi_\sigma(y,x,u)=\cos\tau\sqrt{u^2+\alpha^2}-(y_3-x_3)\cdot\frac{\sin\tau\sqrt{u^2+\alpha^2}}{\sqrt{u^2+\alpha^2}},\ \tau=2\sigma y_3. \tag{10}$$

Предположим, что ограничена на части T границы ∂D:

$$\left|\vec{F}(y)\right|\le M,\ y\in T, \tag{11}$$

где M – заданное положительное число.

Подставим заданную задачу Коши в формуле (8) и введем следующая обозначения:

$$\vec{F}_\sigma(x)=-\iint_S\left\{(\vec{n}\cdot\vec{f}(y))\cdot grad\Phi_\sigma(y,x)+[\vec{n}\times\vec{f}(y)]\times grad\Phi_\sigma(y,x)\right\}ds_y+$$

$$+\iiint_D\vartheta(y)\cdot grad\Phi_\sigma(y,x)dv+\iiint_D[R(y)\times grad\Phi_\sigma(y,x)]dv\,. \tag{12}$$

Используя этот обозначение следующая теорема верна для задачи Коши приведения для системы (1).

Теорема 1. Пусть $\vec{F}(x)$ - регулярное решение уравнения (1) в области D, на части T удовлетворяющее условию (11) . Тогда для $x\in D$ и $\sigma\ge 1$ справедливо неравенство

$$\left|\vec{F}(x)-\vec{F}_\sigma(x)\right|\le MC(x)\sigma e^{-\sigma x_3^2} \tag{13}$$

где $c(x)=\dfrac{8}{\pi}\left(1+\dfrac{\pi}{x_3}\right)$.

Здесь и ниже функции, ограниченные на компактных подмножествах области D, обозначим через $C(x)$.

Доказательство. Согласно формуле (8) имеем:

$$-\iint_T\left\{(\vec{n}\cdot\vec{F}(y))grad\Phi_\sigma(y,x)+[\vec{n}\times\vec{F}(y)]\times grad\Phi_\sigma(y,x)\right\}ds_y+$$

$$+\iiint_D\vartheta(y)\cdot grad\Phi_\sigma(y,x)dv+\iiint_D[R(y)\times grad\Phi_\sigma(y,x)]dv=\vec{F}_\sigma(x)+\vec{J_\sigma}(x), \tag{14}$$

(14) можно написать в виде $\vec{F}(x)-\vec{F}_\sigma(x)=\vec{J}_\sigma(x)$,

гд $\vec{J}_\sigma(x)=-\iint_T\left\{(\vec{n}\cdot\vec{F}(y))grad\Phi_\sigma(y,x)+[\vec{n}\times\vec{F}(y)]\times grad\Phi_\sigma(y,x)\right\}ds_y$, (15)

при этом из $\left|\vec{J_\sigma}(x)\right|\le BT_\sigma(x)$, где

$$T_\sigma(x)=2\iint_T\left|grad\Phi_\sigma(y,x)\right|ds_y\le 2\iint_T\left\{\left|\frac{\partial\Phi_\sigma(y,x)}{\partial y_1}\right|+\left|\frac{\partial\Phi_\sigma(y,x)}{\partial y_2}\right|+\left|\frac{\partial\Phi_\sigma(y,x)}{\partial y_3}\right|\right\}ds_y \tag{16}$$

Вычислим $\dfrac{\partial}{\partial y_i}\Phi_\sigma(y,x),(i=1,2,3)$ по формуле (9), (10) и положим $y_3=0$:

$$\frac{\partial \Phi_\sigma(y,x)}{\partial y_1} = -\frac{e^{-\sigma x_3^2}}{\pi^2}\cdot\int_0^\infty (y_1 - x_1)\left(\frac{\sigma}{u^2+\alpha^2+x_3^2} + \frac{1}{\left(u^2+\alpha^2+x_3^2\right)^2}\right)\cdot e^{-\sigma\alpha^2}\cdot e^{-\sigma u^2}du$$

$$\frac{\partial \Phi_\sigma(y,x)}{\partial y_2} = -\frac{e^{-\sigma x_3^2}}{\pi^2}\cdot\int_0^\infty (y_2 - x_2)\left(\frac{\sigma}{u^2+\alpha^2+x_3^2} + \frac{1}{\left(u^2+\alpha^2+x_3^2\right)^2}\right)\cdot e^{-\sigma\alpha^2}\cdot e^{-\sigma u^2}du$$

$$\frac{\partial \Phi_\sigma(y,x)}{\partial y_3} = \frac{e^{-\sigma x_3^2}}{\pi^2}\cdot\int_0^\infty \left(\frac{\sigma x_3}{u^2+\alpha^2+x_3^2} + \frac{x_3}{\left(u^2+\alpha^2+x_3^2\right)^2}\right)\cdot e^{-\sigma\alpha^2}\cdot e^{-\sigma u^2}du$$

Тогда для $T_\sigma(x)$, определенного равенством (16), получим

$$T_\sigma(x) \le \frac{2}{\pi^2}\cdot e^{-\sigma x_3^2}\left[\iint_T \left(|y_1 - x_1| + |y_2 + x_2|\right)\left\{\int_0^\infty \left(\frac{\sigma}{u^2+\alpha^2+x_3^2} + \frac{1}{\left(u^2+\alpha^2+x_3^2\right)^2}\right)\cdot e^{-\sigma u^2}du\right\}e^{-\sigma\alpha^2}dy_1dy_2 +\right.$$

$$\left. + \iint_T \left\{\int_0^\infty \left(\frac{\sigma x_3}{u^2+\alpha^2+x_3^2} + \frac{x_3}{\left(u^2+\alpha^2+x_3^2\right)^2}\right)\cdot e^{-\sigma u^2}du\right\}\cdot e^{-\sigma\alpha^2}dy_1\,dy_2\right] \qquad (17)$$

Область T в интеграле заменим R^2 и полученные повторные интеграле преобразуем в трехкратные по всему R^3. Переходим в последнем интеграле в сферическую систему координат

$$y_1 = x_1 + t\sin\theta\cos\varphi\ ,\ y_2 = x_2 + t\sin\theta\sin\varphi,\ u = t\cos\theta,$$

$$0 \le t < +\infty\ ,\ 0 \le \varphi \le 2\pi, 0 \le \theta \le \pi, \frac{\partial(y_1, y_2, u)}{\partial(t,\varphi,\theta)} = t^2\sin\theta$$

В результате имеем оценку

$$T_\sigma(x) \le \frac{2e^{-\sigma x_3^2}}{\pi^2}\int_0^\infty\left[\int_0^{2\pi}\left\{\int_0^\pi\left(t\sin\theta(|\cos\varphi| + |\sin\varphi|)\left(\frac{\sigma}{t^2+x_3^2} + \frac{1}{(t^2+x_3^2)^2}\right) + \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. + \left(\frac{\sigma x_3}{t^2+x_3^2} + \frac{x_3}{(t^2+x_3^2)^2}\right)\right)t^2\sin\theta d\theta\right\}d\varphi\right]e^{-\sigma t^2}dt =$$

$$= \frac{8}{\pi}\cdot e^{-\sigma x_3^2}\int_0^\infty\left[\frac{\sigma t^3}{t^2+x_3^2} + \frac{t^3}{(t^2+x_3^2)^2} + \frac{\sigma x_3 t^2}{t^2+x_3^2} + \frac{x_3 t^2}{(t^2+x_3^2)^2}\right]e^{-\sigma t^2}dt =$$

$$= \frac{16}{\pi}\cdot e^{-\sigma x_3^2}\left[\int_0^\infty \sigma t e^{-\sigma t^2}dt + \int_0^\infty \frac{te^{-\sigma t^2}dt}{t^2+x_3^2}\right] = \frac{16}{\pi}e^{-\sigma x_3^2}\left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{2x_3\sqrt{\sigma}}\right) \le$$

$$\le \frac{8}{\pi} e^{-\sigma x_3^2} \left(1+\frac{\pi}{x_3}\right)\cdot\sigma \ , \ \frac{x_3 t}{t^2+x_3^2} \le 1. \tag{20}$$

Отсюда следует утверждение теоремы 1.1.

Следствие 1.1. Для любого $x \in D$ справедливо равенство

$$\lim_{\sigma\to\infty} \overrightarrow{F_\sigma}(x) = \vec{F}(x) \tag{21}$$

причем предел достигается равномерно на компактах из D.

Следствие 1.1. дает точное решение задачи Коши (1) – (4), в случае, когда данные Коши на поверхности S заданы точно.

Мы будем расматривать регуляризации решение задачи Коши для системе (1). Предположим, что поверхность S задана уравнением $y_3 = L(y_1, y_2),\ (y_1, y_2) \in T$, где L - однозначная функция такая, что поверхность S является поверхностью Ляпунова. Обозначим

$$\max_T L = a \ , \ b = \max_T \left[1+\left(\frac{dL}{dy_1}\right)^2 + \left(\frac{dL}{dy_2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{22}$$

Приведем оценки устойчивости.

Теорема 2. Пусть $\vec{F}(y) \in H(D)$ на части T границы ∂D удовлетворяет условию (11), а на S - условию $\left|\vec{F}(y)\right| \le \delta$, $y \in S$, $0 < \delta \le Me^{-\sigma a^2}$.

Тогда для любого $x \in D$ и $\sigma > 1$ справедливо неравенство

$$\left|\vec{F}(x)\right| \le C(x)\sigma M^{1-\frac{x_3^2}{a^2}} \cdot \delta^{\frac{x_3^2}{a^2}} \ , \quad x \in D.$$

Приведем результат, который позволяет $\vec{F}(x)$ приближенно, когда на поверхности S вместо $\vec{f}(y)$ заданы ее непрерывные приближения $\vec{f}_\delta(y)$ из класса $C(S)$ с заданным уклонением, δ >0 :

$$\max_S \left|\vec{f}(y) - \vec{f}_\delta(y)\right| \le \delta. \tag{23}$$

Обозначим

$$\vec{F}_{\sigma\delta}(x) = -\iint_S \left\{(\vec{n}\cdot\vec{f}_\delta(y))\cdot grad\Phi_\sigma(y,x) + [\vec{n}\times\vec{f}_\delta(y)]\times grad\Phi_\sigma(y,x)\right\} ds_y +$$
$$+\iiint_D \vartheta(y)\cdot grad\Phi_\sigma(y,x)dv + \iiint_D [R(y)\times grad\Phi_\sigma(y,x)]dv \ , \quad x \in D \tag{24}$$

где $\sigma = \frac{1}{a^2}\ln\frac{M}{\delta}$, $\delta < M$.

Теорема 3. Пусть вектор – функция $\vec{F}(y)$ класса $H(D)$ удовлетворяет условию (11) . Тогда для любого $x \in D$ справедливо неравенство

$$\left|\vec{F}(x) - \vec{F}_{\sigma\delta}(x)\right| \le C(x)\sigma M^{1-\frac{x_3^2}{a^2}} \cdot \delta^{\frac{x_3^2}{a^2}} \ , \ \sigma > 1 \ , \ x \in D. \qquad / \qquad (25)$$

Доказательство. Согласно формуле (2) для любого $x \in D$ имеем

$$\vec{F}(x) - \vec{F}_{\sigma\delta} = \vec{J}_\sigma(x) + \iint_S \left[(\vec{n} \cdot \vec{f}) - (\vec{n} \cdot \vec{f}_\delta) \right] \times grad\Phi_\sigma ds_y +$$

$$+ \iint_S \left[(\vec{n} \times \vec{f}) - (\vec{n} \times \vec{f}_\delta) \right] \times grad\Phi_\sigma ds_y,$$

где $\vec{J}_\sigma(x)$ определяется формулой (15). Для разности $\vec{F}(x) - \vec{F}_{\sigma\delta}$ справедлива оценка

$$\left| \vec{F}(x) - \vec{F}_{\sigma\delta}(x) \right| \le MC(x)\sigma e^{-\sigma x_3^2} + 2\delta \iint_S \left| grad\Phi_\sigma(y,x) \right| ds_y . \qquad (26)$$

После некоторых вычислений и оценка получим следующую неравенству

$$\iint_s \sum_{i=1}^{3} \left| \frac{\Phi_\sigma}{\partial y_i} \right| ds_y \le \frac{4e^{\sigma a^2 - \sigma x_3^2}}{\pi} \left[2a + \frac{2\sqrt{\pi} + b}{\sqrt{\sigma}} + ab\left(\frac{1+\sqrt{\pi}}{\sqrt{\sigma}} + 2\sqrt{\pi}\sqrt{\sigma} + a\sigma \right) \right]. \qquad (27)$$

Действительно, из (27) получаем $\sigma > 0$ где $\varphi(x) \ge C(x)$. Выбирая σ с уклонением $M = \delta e^{\sigma a^2}$, получаем неравенство (25).

Следствие 2. Для любого $x \in D$ справедливо равенство

$$\lim_{\delta \to 0} \overrightarrow{F_{\sigma\delta}}(x) = \vec{F}(x)$$

выполняющееся равномерно на компактах из D,

Построенный функционал $\vec{F}_{\sigma\delta}(x, f_\sigma)$, определенный на множестве $\left\{ \overrightarrow{f_\sigma} \right\}$, где $\left\{ \overrightarrow{f_\sigma} \right\} \in C(S)$, $0 < \delta \le \delta_0$, называется регуляризацией по М. М. Лаврентьеву решения задачи Коши.

Литература

1. Шилов Г.Е. Математический анализ . Части 1 - 2. -Москва: Наука,1972.624 с.
2. Жданов М.С. Аналоги интеграла типа Коши в теории геофизических полей . М. Наука, 1984. С.326.
3. Zhdanov M.S. Use of Cauchy integral analogs in the geopotential theory. An. Geophys. №4, 1980, pp. 447-458.
4. Ярмухамедов Ш. О задаче Коши для уравнения Лапласа. ДАН СССР, 1977.- Т.235.-№2, С. 281- 283.
5. Ярмухамедов Ш. Функция Карлемана и задача Коши для уравнения Лапласа. Сибирский Математический журнал. 2004, Т.33.№3, 702-719 стр.
6. Ярмухамедов Ш. ДАН СССР , 204 , 1972 , №4.
7. Соломонцев Е.Д. Об основной формуле Грина для гармонических функций .Сиб.Мат.Журн. 1966, Т7, №6, 1432-1434 стр.
8. Бицадзе А.В. Пространственный аналог интеграла тира Коши и некоторые его приложения. Известия Академии Наук СССР.Серия Математика.-1953.-17. С.525-538.
9. Лаврентьев М.М. О некоторых некорректных задачах математической физики. – Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1962. С.92.
10. Мардонов Ж.А. О продолжение лапласова поля. Известия вузов. Математика. 2019, №11, С.39-45.

SAMARQAND UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTNOMASI

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК **SCIENTIFIC REPORTS**

Texnik muharrir **Sh.Xoliqulov**

Muharrirlar:

I.Sulaymonov - fil.f.d., dotsent
E.Arziqulov - f.-m.f.d., dotsent
O.Yusupova - fil.f.n., dotsent

Mas'ul muharrirlar:

A. Sh. Yarmuxamedov - f.-m.f.n.
X. S. Haydarov - f.-m.f.n., dotsent

Muassis: Samarqand davlat universiteti Manzil: 140104,
Samarqand shahri, Universitet xiyoboni, 15.
Telefon: (0 366) 240-38-47, Faks: (0 366) 239-13-87 e-mail:
axborotnoma.uz
SamDU «Ilmiy axborotnoma» jurnali tahririyati kompyuterida terildi. Bosishga 30.06.2023-yilda ruxsat etildi. Qog'oz o'lchami A-4. Nashriyot hisob tabog'i 10,00.
Buyurtma raqami 570. Adadi 30 nusxa.

ISSN 2181-1296

