ISNN:2181-1296



SHAROF RASHIDOV NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

САМАРКАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ШАРОФА РАШИДОВА

SAMARKAND STATE UNIVERSITY NAMED AFTER SHAROF RASHIDOV

ILMIY AXBOROTNOMA

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК SCIENTIFIC JOURNAL

ANIQ VA TABIIY FANLAR SERIYASI

Matematika, Mexanika, Informatika
Fizika, Kimyo, Biologiya, Geografiya

№ 3/2 (139)
2023

ISSN 2181-1296

ILMIY AXBOROTNOMA

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК SCIENTIFIC JOURNAL

2023-yil, 3-son (2-seriya)(139) ANIQ VA TABIY FANLAR SERIYASI

Matematika, Mexanika, Informatika, Fizika, Kimyo, Biologiya, Geografiya

Samarqand viloyat matbuot boshqarmasida ro‘yxatdan o‘tish tartibi 09-25.
Jurnal 1999-yildan chop qilina boshlagan va OAK ro‘yxatiga kiritilgan.

BOSH MUHARRIR **R. I. XALMURADOV, t.f.d., professor**
BOSH MUHARRIR O‘RINBOSARLARI: **H.A. XUSHVAQTOV, f-m.f.d., dotsent**
A. M. NASIMOV, t.f.d., professor

TAHRIRIYAT KENGASHI:

ANIQ FANLAR

SH.A.ALIMOV - O‘zFA akademigi
S.N.LAKAYEV - O‘zFA akademigi (SamDU)
M.M.MIRSAIDOV - O‘zFA akademigi
A.S.SOLEEV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
I.A.IKROMOV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
B.X.XO‘JAYAROV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
A.G.YAGOLA - f.-m.f.d., professor (Moskva davlat universiteti, Rossiya)
I.I.JUMANOV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
X.X.XUDOYNAZAROV - t.f.d., professor (SamDU)
ALBERTO DEL BIMBO - Florensiya universiteti professori, Italiya
L.SABIROV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
A.JUMABOYEV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
N.N.NIZAMOV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
O.Q.QUVONDIQOV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
I.A.RAXMATULLAYEV - f.-m.f.d., professor
A.SH.YARMUXAMEDOV - f.-m.f.n., (SamDU)
X.S.XAYDAROV - f.-m.f.n., dotsent (SamDU)

TABIY FANLAR

M.X.ASHUROV - O‘zFA akademigi
N.B. FERAPONTOV - k.f .d., professor (Moskva davlat universiteti, Rossiya)
SH. M. TUGIZOV - professor, Koliforniya universiteti, AQSh
H. I. AKBAROV - k.f.d., professor (O'zMU)
E. A. ABDURAXMONOV - k.f.d., professor (SamDU)
N. K. MUXAMADIYEV - k.f.d., professor (SamDU)
L. A. BULAVIN - Kiev milliy universiteti professori, Ukraina
X. Q. XAYDAROV - b.f.d., professor (SamDU)
Z. I. IZZATULLAYEV - b.f.d., professor (SamDU)
Sh. T. XOLIQULOV - g.f.d., professor (SamDU)
S. B. ABBASOV - g.f.d., professor (SamDU)
Q. S. YARASHEV - g.f.d., professor (SamDU)
GUN-SIK PARK - Seul univeriteti professori, Koreya
D.B.XURSANOV - g.f.f.d., dotsent (SamDU)
M. S. QUZIYEV - b.f.f.d., dotsent (SamDU)

Obuna indeksi – yakka tartibdagi obunachilar uchun **- 5583,**
tashkilot, korxonalar uchun **- 5584**

MUNDARIJA	
Кулжанов У.Н., Адилов А.А. *Спектралные свойства одночастичного оператора шредингера с контактным потенциалом*……..	3-7
Eshbekov R. *The cauchy problem for the modified korteweg-de vries equation with finite density in the class of periodic functions*……..	8-16
Abdurakhmonov B., Zaripov O., Teshayeva M. *Lagranj ko`paytuvchilari yordamida tengsizliklarni isbotlash*……	17-21
Umirzoqova I., Boboxonova G. *Oshkormas funksiya egriligi va kvadratik formalari*……..	22-26
Qurbonov H.G‘., Rustamov M.K., Gafurova D.A., Temiron N.N., Toshpulatova M.Sh. *Synthesis and properties of difficult combustion material based on modified polyacrylonitrile*……	27-32
Холиков Д.Ш., Худайбердиев З.Б., Исмоилов Х.Ф. *Упрощение нелинейного уравнения крутильных колебаний круглого конического слоя*……	33-38
Kamoliddinov D.U. *Density and regular distribution*……	39-43
Kuliev K., Eshimova M., Turaqulov T. *A new method for norm of a hardy-volterra operator*……	44-50
Kuziev B.N. *A comparative study on feature selection methods in QSAR*……..	51-55
Мардонов Ж.А. *Задача коши для неоднородного лапласова поля*……	56-61
Нуритдинов И., У.Эсанов З., Саидахмедов К.Х., Мажидов Х.М. *Преобразовании Dy1 центров в Dy2 центры в кристаллах* Dy_2SiO_5……	62-66
Akhmadova M.O. *The number of eigenvalues of the discrete schrödinger operator*……	67-71
Курбаниязов А.А., Сырлыбекқызы С., Раманкулов Ш. Ж., Аймбетова И.О., Ещанова Т.Д. *Новые данные высокого временного разрешения о морских и их изменчивости в зависимости от климатических условий*……	72-77
Ikromov I.A., Safarov A.R., Khudoyberdiev D. *Invariant estimates for generalized oscillatory integrals with polynomial phase*……	78-86
Urazbayev A.K. *Amudaryo hozirgi deltasidagi yer usti suv oqimlarining geografik strukturalari*……	87-91
Komilova N.K., Karshibayeva L.K. *Iqlim o‘zgarishlari va aholi kasalliklarining hududiy tarkibi (Jizzax va Sirdaryo viloyatlari misolida)*……	92-99
Нуритдинов И., Эсанов З.У., Саидахмедов К.Х., Ирисов Ш. *Влияние ионизирующего излучения на спектрально-люминесцентные свойства органических сцинтилляторов ups-923a*……	100-104
Alimkulov N.R. *Antropogen landshaftlarni tadqiq etish asosida landshaft-ekologik sharoit tushunchasining shakllanishi*……	105-113
Кувандиков О.К., Усаров У.Т. *Электрические, гальваномагнитные свойства редкого металла при различных температурах*	114-125
Komilova N.K., Ravshanov A.X. *Global iqlim o‘zgarishlari sharoitida O‘zbekistonda yuqumli-parazitar kasalliklar tarqalishining hududiy jihatlari*……	126-132

Рахматуллаев И.А., Ботиров Х.З., Чернега Н.В., Хайдаров Х.С. *Двухфотонно-возбуждаемая люминесценция в полициклических ароматических соединениях.....*	133-138
Anarova Sh.A., Jabbarov J.S., Rustamov A.A. Kattalashtirish masshtabiga bog'liq bo'lmagan fraktal o'lchovlarni geometrik modellashtirish…….	138-142
Nurmuhamedova D.K., Kutlieva G.J., Sohibnazarova X.A., Zairova X.T. *Mahalliy sut achituvchi bakteriyalarning antimikrob va bakteriosinogen faolligini tadqiq etish …….*	143-148
Тайланов Н.А., Уринов С.Х. *Численное моделирование уравнения гросса-питаевского.....*	149-159

УДК 539.3 **DOI: https://doi.org/10.59251/2181-1296.2023.v3.139.2.2163**

УПРОЩЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ КРУГЛОГО КОНИЧЕСКОГО СЛОЯ

Д.Ш.Холиков, З.Б.Худайбердиев, Х.Ф.Исмоилов
Самаркандский государственный университет имена Шарафа Рашидова
E. mail xudayberdiyevz@mail.ru

Аннотация. В данной работе физическое нелинейное уравнение крутильных колебаний круглого упругого конического слоя выводится с использованием метода малого параметра и нелинейных соотношений, предложенных Каудерером. Нелинейное уравнение крутильных колебаний сводится к линейному однородному и неоднородному дифференциальному уравнению второго порядка путем выполнения математических операций.

Ключевые слова: напряжения, линеаризация, колебания, нелинейные уравнения, физическая нелинейность, перемещения.

Doiraviy konussimon qatlamning buralma tebranishlari nochiziqli tenglamasini soddalashtirish

Annotatsiya. Bu ishda doiraviy elastik konussimon qatlamning buralma tebranishlarining fizik nochiziqli tenglamasi Kauderer tomonidan taklif qilingan kichik parametrli usul va chiziqli bo'lmagan munosabatlar yordamida olingan. Buralma tebranishlarining chiziqli bo‘lmagan tenglamasi matematik amallarni bajarish orqali ikkinchi tartibli chiziqli bir jinsli va bir jinsli bo‘lmagan differensial tenglamaga keltiriladi.

Kalit so’zlar: kuchlanish, buralish, tebranish, nochiziqli tenglamalar, matematik model, fizik nochiziqlilik, siljish.

Simplification of the nonlinear equation of torsional vibrations of a circular conical layer

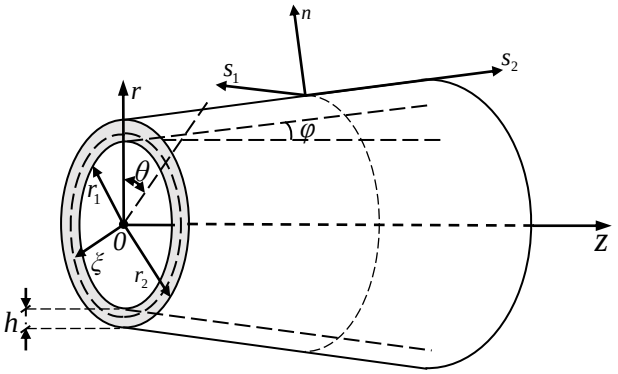
Abstract. In this paper, the physical nonlinear equation of torsional vibrations of a circular elastic conical layer is derived using the small parameter method and nonlinear relations proposed by Kauderer. The nonlinear equation of torsional vibrations is reduced to a linear homogeneous and inhomogeneous differential equation of the second order by performing mathematical operations.

Keywords: stresses, linearization, vibrations, nonlinear equations, mathematical model, physical nonlinearity, displacements.

Введение. Тонкостенные конические оболочки (в том числе усеченные конусы) имеют большое значение в ряде областей науки, техники и строительства. Для обеспечения приоритетности и безопасности этих систем в ряде областей техники и строительства, где широко применяются конические оболочечные конструкции, необходимо исследование их вибрационных характеристик [1,2]. Если деформации точек оболочки малы по сравнению с ее толщиной, расчет оболочек и их структурный анализ выполняют на основе линейной теории оболочек [3,4,5]. При этом в ряде случаев практического применения колебательных систем необходимо применять нелинейные теории колебаний оболочек для достижения большей точности. При относительно высоких значениях напряжения существует нелинейная зависимость между напряжением и деформацией. В основной работе Г. Каудерера [6] рассматривались теоретические вопросы, при этом сохранялась связь между напряжением и деформацией, а закон Гука заменялся нелинейным законом. Разработаны математическая модель нестационарных физических нелинейных крутильных колебаний круглой конической оболочки и стрелы и алгоритм определения полей перемещений и напряжений в произвольных точках поперечного сечения и на основе полученных уравнений нестационарных крутильных колебаний конической были наведены снаряды и стрелы.

Постановка задачи. Рассмотрим усеченный конический слой относительно цилиндрической системы координат (рис. 1). При этом z - ось направлена по оси симметрии усеченного конуса, r - радиальная координата; θ - угловая координата.

Радиусы внутренней $r = r_1$ и внешней $r = r_2$ граничных поверхностей слоя усеченного конуса изменяются по заданному закону в зависимости от продольной координаты z, т.е.: $r_1 = r_0 + kz,$, $r_2 = r_0 + h + kz$ где отклонение от оси абсцисс конуса составляет k касательную функцию угол φ (тангенс угла атаки конуса); $r_0 = const$ - значение внутреннего радиуса оболочки $z = 0$ на левом конце. Уравнения движения точек слоя как трехмерного тела при отсутствии объемных сил записываются в ортогональной цилиндрической (r,θ,z) системе координат следующим образом [7]



1-рис. Круглый конический слой

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + 2\frac{\tau_{r\theta}}{r} = \rho \frac{\partial^2 V}{\partial t^2},$$
$$(r_1 \le r \le r_2;\ 0 \le \theta \le 2\pi;\ 0 \le z < +\infty) \quad (1)$$

Будем считать, что крутильные колебания круглого конического слоя возбуждаются внешними силами $f_{ns_1}^{(1)}(z,t)$ и $f_{ns_1}^{(2)}(z,t)$, действующими на его внутреннюю и внешнюю поверхности. Выражая напряжения в n, s_1, s_2 - ортогональной системе координат на поверхностях слоя через экспериментальные напряжения во (r,θ,z)- цилиндрической системе координат, имеем следующие граничные условия [7]

a) $r = r_1 = r_0 + kz$ если

$$\tau_{r\theta}(r_1,z,t) - k\tau_{z\theta}(r_1,z,t) = \Delta_0 f_{ns_1}^{(1)}(z,t),\quad \tau_{ns_2}(r_1,z,t) = 0,\ \Delta_0 = 1+k^2; \quad (2)$$

b) $r = r_2 = r_0 + h + kz$ если

$$\tau_{r\theta}(r_2,z,t) - k\tau_{z\theta}(r_2,z,t) = \Delta_0 f_{ns_1}^{(2)}(z,t),\quad \tau_{ns_2}(r_2,z,t) = 0.\quad \Delta_0 = 1+k^2; \quad (3)$$

Начальные условия равны нулю.

При этом, связь между напряжениями и деформациями была принята в виде нелинейного закона, т.е. в виде следующих физически нелинейных соотношений, предложенных Г.Каудерером [6]:

$$\tau_{r\theta} = G\gamma(\psi_0^2)\gamma_{r\theta}, \qquad \tau_{z\theta} = G\gamma(\psi_0^2)\gamma_{z\theta}. \quad (4)$$

где $\gamma(\psi_0^2)$ - функцией сдвига, G – модуль сдвига; ψ_0 - интенсивность деформации сдвига. Эта величина выражается угловыми деформациями при крутильных колебаниях оболочки следующим образом

$$\psi_0^2 = \frac{2}{3}\left(\gamma_{r\theta}^2 + \gamma_{z\theta}^2\right). \quad (5)$$

Здесь $\gamma_{r\theta} = \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{V}{r}$, $\gamma_{z\theta} = \frac{\partial V}{\partial z}$ – компоненты тензора деформации.

При принятии соотношений (4) в качестве физических соотношений задачи уравнение (1) в напряжениях является нелинейным уравнением и не может быть решено без линеариза-

ции. Для решения данной задачи разложим $\gamma\left(\psi_0^2\right)$ - функцию перемещений в степенной ряд по степеням квадрата интенсивности деформации сдвига ψ_0^2, и следуя [3], ограничимся первыми двумя членами разложения

$$\gamma\left(\psi_0^2\right)=1+\gamma_2\,\psi_0^2, \qquad (6)$$

где коэффициент γ_2 - число порядка $\left(\psi_0^2\right)^{-1}$, а порядок величины $\left(\gamma_2\,\psi_0^2\right)$ равна единице

Наконец, уравнения (6) и (5) позволяют выразить напряжения через деформации $\varepsilon_{r\theta}$ и $\varepsilon_{z\theta}$

$$\tau_{r\theta}=G\left[\gamma_{r\theta}+\frac{2}{3}\gamma_2\left(\gamma_{r\theta}^3+\gamma_{z\theta}^2\gamma_{r\theta}\right)\right],\quad \tau_{z\theta}=G\left[\gamma_{z\theta}+\frac{2}{3}\gamma_2\left(\gamma_{r\theta}^2\gamma_{z\theta}+\gamma_{z\theta}^3\right)\right] \qquad (7)$$

Таким образом, задача о крутильных нелинейных колебаниях кругового цилиндрического упругого слоя сводится к интегрированию уравнения (1) с учетом выражений (7) при граничных (2), (3) и нулевых начальных условиях.

Теперь, используя приведенные выше формулы и уравнения, линеаризуем уравнения крутильных колебаний цилиндрического слоя. Для этого предварительно перепишем перемещения и напряжения в удобном виде. В частности, квадрат интенсивности деформации сдвига ψ_0^2 в формуле (5) выразим через перемещения U_θ следующим образом

$$\psi_0^2=\frac{2}{3}\left[\left(\frac{\partial V}{\partial r}-\frac{V}{r}\right)^2+\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2\right] \qquad (8)$$

Подставим выражение (6) в уравнения (4) и продифференцируем полученные выражения по координатам r и z исходя из вида уравнения (1). Получим

$$\begin{aligned}&\tau_{r\theta}=G\left(1+\gamma_2\psi_0^2\right)\gamma_{r\theta},\ \frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial r}=G\left(1+\gamma_2\psi_0^2\right)\frac{\partial\gamma_{r\theta}}{\partial r}+G\gamma_2\gamma_{r\theta}\frac{\partial\psi_0^2}{\partial r},\\&\tau_{z\theta}=G\left(1+\gamma_2\psi_0^2\right)\gamma_{z\theta},\ \frac{\partial\tau_{z\theta}}{\partial z}=G\left(1+\gamma_2\psi_0^2\right)\frac{\partial\gamma_{z\theta}}{\partial z}+G\gamma_2\gamma_{z\theta}\frac{\partial\psi_0^2}{\partial z}.\end{aligned} \qquad (9)$$

и согласно (5) для деформаций

$$\begin{aligned}&\frac{\partial\gamma_{r\theta}}{\partial r}=\frac{\partial^2V}{\partial r^2}+\frac{V}{r^2}-\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r},\\&\frac{\partial\gamma_{z\theta}}{\partial z}=\frac{\partial^2V}{\partial z^2}.\end{aligned} \qquad (10)$$

Точно так же для производных квадрата интенсивности деформации сдвига мы получаем следующие выражения

$$\begin{aligned}&\frac{\partial\psi_0^2}{\partial r}=\frac{4}{3}\left[\gamma_{r\theta}\frac{\partial\gamma_{r\theta}}{\partial r}+\gamma_{z\theta}\frac{\partial\gamma_{z\theta}}{\partial r}\right],\\&\frac{\partial\psi_0^2}{\partial z}=\frac{4}{3}\left[\gamma_{r\theta}\frac{\partial\gamma_{r\theta}}{\partial z}+\gamma_{z\theta}\frac{\partial\gamma_{z\theta}}{\partial z}\right].\end{aligned} \qquad (11)$$

Если в уравнение (1) подставить выражения (9) для напряжений, получим следующее уравнение для деформаций

$$\left(1+\gamma_2\psi_0^2\right)\left(\frac{\partial\gamma_{r\theta}}{\partial r}+\frac{\partial\gamma_{z\theta}}{\partial z}+\frac{2}{r}\gamma_{r\theta}\right)+\gamma_2\left(\gamma_{r\theta}\frac{\partial\psi_0^2}{\partial r}+\gamma_{z\theta}\frac{\partial\psi_0^2}{\partial z}\right)=\frac{\rho}{G}\frac{\partial^2V}{\partial t^2}, \qquad (12)$$

Здесь вводится следующее обозначения

$$\Delta V = \frac{\partial \gamma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \gamma_{z\theta}}{\partial z} + \frac{2}{r}\gamma_{r\theta} = \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \frac{1}{r^2}V \tag{13}$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{r^2} \tag{14}$$

Учитывая последние обозначения (13) и (14), запишем (12) в следующем виде

$$\Delta V + \frac{2}{3}\gamma_2\left[\frac{3V}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 - \frac{3V^2}{r^3}\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V^3}{r^4} + \frac{V}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2 - \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2 + \frac{V^2}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \right.$$
$$\left. + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2\right] = \frac{1}{b^2}\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}. \tag{15}$$

Здесь согласно (11)

$$\gamma_{r\theta}\frac{\partial \psi_0^2}{\partial r} + \gamma_{z\theta}\frac{\partial \psi_0^2}{\partial z} = \frac{4}{3}\left[\gamma_{r\theta}^2\frac{\partial \gamma_{r\theta}}{\partial r} + \gamma_{r\theta}\gamma_{z\theta}\left(\frac{\partial \gamma_{z\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \gamma_{r\theta}}{\partial z}\right) + \gamma_{z\theta}^2\frac{\partial \gamma_{z\theta}}{\partial z}\right] \tag{16}$$

Исходя из (10) для слагаемых этого выражения, получим следующие значения

$$\gamma_{r\theta}^2\frac{\partial \gamma_{r\theta}}{\partial r} = \frac{\partial^2 V}{\partial r^2}\left[\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 - \frac{2}{r}V\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2}V^2\right] +$$
$$+\frac{1}{r}\left(\frac{3}{r}V - \frac{\partial V}{\partial r}\right)\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 - \frac{1}{r^3}\left(\frac{1}{r}V - 3\frac{\partial V}{\partial r}\right)V^2;$$
$$\gamma_{r\theta}\gamma_{z\theta}\left(\frac{\partial \gamma_{z\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \gamma_{r\theta}}{\partial z}\right) = \frac{\partial V}{\partial z}\left(2\frac{\partial^2 V}{\partial r \partial z}\frac{\partial V}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r}\frac{\partial V}{\partial z} - \frac{2V}{r}\frac{\partial^2 V}{\partial r \partial z} - \frac{V}{r^2}\frac{\partial V}{\partial z}\right); \tag{17}$$
$$\gamma_{z\theta}^2\frac{\partial \gamma_{z\theta}}{\partial z} = \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2.$$

Подставив полученные значения (17) на свои места в выражении (16) и сделав такие же замены для первого дополнения выражения в квадратных скобках в левой части уравнения (15), получаем уравнения:

$$\gamma_{r\theta}\frac{\partial \psi_0^2}{\partial r} + \gamma_{z\theta}\frac{\partial \psi_0^2}{\partial z} = \frac{4}{3}\left\{\frac{\partial^2 V}{\partial r^2}\left[\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 - \frac{2}{r}V\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2}V^2\right] + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{r}\left(\frac{3}{r}V - \frac{\partial V}{\partial r}\right)\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial r} - \frac{V}{r}\right)\frac{\partial V}{\partial z}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2}V + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right)\right\}, \tag{18}$$
$$\psi_0^2\Delta V = \frac{2}{3}\left[\left(\frac{\partial V}{\partial r} - \frac{V}{r}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2\right]\left[\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \frac{1}{r^2}V\right].$$

Здесь, отбрасывая бесконечные величины третьего порядка высшего порядка, получаем следующие выражения

$$\gamma_{r\theta}\frac{\partial \psi_0^2}{\partial r} + \gamma_{z\theta}\frac{\partial \psi_0^2}{\partial z} = \frac{4}{3}\left[\frac{3V}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 + \frac{V^3}{r^4} - \frac{3V^2}{r^3}\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{V^2}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2\right], \tag{19}$$

$$\psi_0^2\Delta V=\frac{2}{3}\left[\frac{3V^2}{r^3}\frac{\partial V}{\partial r}-\frac{3V}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2+\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2-\frac{V}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2-\frac{V^3}{r^4}\right].$$

Складывая последние два выражения будем иметь

$$\psi_0^2\Delta V=\frac{2}{3}\left[\frac{3V^2}{r^3}\frac{\partial V}{\partial r}-\frac{3V}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2+\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2-\frac{V}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2-\frac{V^3}{r^4}\right.$$
$$\left.-\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2+\frac{V^2}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial r^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2\right]. \tag{20}$$

Если подставить найденное значение (20) в уравнение (15),то

$$\Delta V+\frac{2}{3}\gamma_2\left[\frac{3V}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2-\frac{3V^2}{r^3}\frac{\partial V}{\partial r}+\frac{V^3}{r^4}+\frac{V}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2-\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2+\frac{V^2}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial r^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2\right]=\frac{1}{b^2}\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}. \tag{21}$$

Теперь введем следующее обозначение

$$F(V)=\frac{3V}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2-\frac{3V^2}{r^3}\frac{\partial V}{\partial r}+\frac{V^3}{r^4}+\frac{V}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2-$$
$$-\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2+\frac{V^2}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial r^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2. \tag{22}$$

С учетом этого обозначения уравнение (21) можно записать в следующем удобном виде

$$\Delta V+\frac{2}{3}\gamma_2 F(V)=\frac{1}{b^2}\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}. \tag{23}$$

Линеаризуем полученное уравнение (23) методом малого параметра. Примем $0\le\alpha<<1$ как малый параметр. Представим крутильное перемещение U_θ следующим образом

$$V(r,z,t)=\sum_{n=0}^{\infty}V^{(n)}(r,z,t)\alpha^n,$$

и далее ограничимся первыми двумя членами разложения, т. е. будем считать, что *n=1*

$$V(r,z,t)=V^{(0)}(r,z,t)+\alpha V^{(1)}(r,z,t) \tag{24}$$

Подставим последнее выражение (24) в уравнение (23) и сгруппируем его левую часть по степеням параметра α. В результате получаем уравнение

$$\Delta\left[V^{(0)}+\alpha V^{(1)}\right]+\frac{2}{3}\gamma_2 F\left[V^{(0)}+\alpha V^{(1)}\right]=\frac{1}{b^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[V^{(0)}+\alpha V^{(1)}\right] \tag{25}$$

Наконец, приравнивая коэффициенты перед соответствующими степенями малого параметра α в последнем уравнении, получаем однородное

$$\Delta V^{(0)}=\frac{1}{b^2}\frac{\partial^2 V^{(0)}}{\partial t^2}, \tag{26}$$

и неоднородное

$$\Delta V^{(1)}+\frac{2}{3}\gamma_2 F\left(V^{(0)}\right)=\frac{1}{b^2}\frac{\partial^2 V^{(1)}}{\partial t^2}, \tag{27}$$

уравнения относительно введенных функций $U_\theta^{(0)}(r,z,t)$ и $U_\theta^{(1)}(r,z,t)$. Здесь

$$F\left[V^{(0)}\right]=\frac{3V^{(0)}}{r^2}\left(\frac{\partial V^{(0)}}{\partial r}\right)^2-\frac{3\left(V^{(0)}\right)^2}{r^3}\frac{\partial V^{(0)}}{\partial r}+\frac{\left(V^{(0)}\right)^3}{r^4}+\frac{V^{(0)}}{r^2}\left(\frac{\partial V^{(0)}}{\partial z}\right)^2-$$

$$-\frac{1}{r}\frac{\partial V^{(0)}}{\partial r}\left(\frac{\partial V^{(0)}}{\partial z}\right)^2+\frac{\left(V^{(0)}\right)^2}{r^2}\frac{\partial^2 V^{(0)}}{\partial r^2}+\frac{\partial^2 V^{(0)}}{\partial z^2}\left(\frac{\partial V^{(0)}}{\partial z}\right)^2. \qquad (28)$$

Это выражение (28) образовалось в результате отбрасывания слагаемых, участвующих в разложении (22) функции $F\left[V^{(0)}+\alpha V^{(1)}\right]$, второго - α^2 го и выше уровней параметров α, а также умножения $(\alpha\gamma_2)$ и его высших уровней, как бесконечно малых количества. Следует отметить, что (27) состоит из нелинейного функционала от $V^{(0)}$ функций (28), состоящего из $F\left(V^{(0)}\right)$-членного однородного решения уравнения (26).

Выводы. Таким образом, в результате применения сделанных выше замен и метода малых параметров к уравнению (1) задача о крутильных колебаниях круглого конического упругого слоя была сведена к интегрированию системы линейных уравнений дифференциального второго порядка однородная (26) и неоднородная (27).

Литература

1. Bakhtiari M., Lakis A. & Kerboua Y. (2018). Nonlinear vibration of truncated conical shells: Donnell, Sanders and Nemeth theories (Rapport technique n EPM-RT-2018-01).
2. Sofiyev A.H. The non-linear vibration of FGM truncated conical shells. June 2012. Composite Structures 94(7): 2237–2245. DOI:10.1016/j.compstruct. 2012.02.005.
3. Khudoynazarov K., Yalgashev B.F. and Mavlonov T. Mathematical modelling of torsional vibrations of the three-layer cylindrical viscoelastic shell. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 1030 (2021) 012098 doi:10.1088/1757-899X/1030/1/012098.
4. Khudoynazarov Kh.Kh. Shell structures, theory and applications: proceedings of the 8th international conference on shell structures (SSTA 2005), 12-14 October 2005, Jurata, Gdansk, Poland. Shell Structures: Theory and Applications-2006 Taylor & Francis Group, London. Pp.343-347.
5. Цурпаль И.А. Расчет элементов конструкций из нелинейно-упругих материалов. – Киев: Техника, 1976.- 176 с.
6. Каудерер Г. Нелинейная механика. Пер.с нем–Москва:Изд.ин.ли.-1961-777 с.
7. Khudoynazarov Kh., Khudoyberdiyev Z., Khudoyberdiyeva Sh. Symmetrical Vibrations of a Three-Layer, Longitudinally Covered Plate // International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology 2018.5(10). Pp 7116-7121.
8. Абдураззаков Ж., Холиков Д., Худойназаров Х. Задачи осесимметричных нелинейных колебаний круговых цилиндрических оболочек и стержней // Проблемы архитектуры и строительства, СамГАСИ – 2019. – №4. – С. 134-136.
9. Кудайназаров К. Продольный удар по круговой цилиндрической вязкоупругой оболочке// Изв. АНУзССР.Сер. Техн. Науки, 1990. №3, С.31-37.
10. Xoliqov D., Abdurazzoqov J., Xudoynazarova D. Free torsional vibrations of a round elastic cone-shaped rod // Научный вестник, 2021, № 1 (125), Самарканд. СамДУ. с. 94-100.

SAMARQAND UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTNOMASI

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК **SCIENTIFIC REPORTS**

Texnik muharrir **Sh.Xoliqulov**

Muharrirlar:

I.Sulaymonov - fil.f.d., dotsent
E.Arziqulov - f.-m.f.d., dotsent
O.Yusupova - fil.f.n., dotsent

Mas'ul muharrirlar:

A. Sh. Yarmuxamedov - f.-m.f.n.
X. S. Haydarov - f.-m.f.n., dotsent

Muassis: Samarqand davlat universiteti Manzil: 140104,
Samarqand shahri, Universitet xiyoboni, 15.
Telefon: (0 366) 240-38-47, Faks: (0 366) 239-13-87 e-mail:
axborotnoma.uz
SamDU «Ilmiy axborotnoma» jurnali tahririyati kompyuterida terildi. Bosishga 30.06.2023-yilda ruxsat etildi. Qog'oz o'lchami A-4. Nashriyot hisob tabog'i 10,00.
Buyurtma raqami 570. Adadi 30 nusxa.

ISSN 2181-1296

