ISNN:2181-1296



SHAROF RASHIDOV NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

САМАРКАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ШАРОФА РАШИДОВА

SAMARKAND STATE UNIVERSITY NAMED AFTER SHAROF RASHIDOV

ILMIY AXBOROTNOMA

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК SCIENTIFIC JOURNAL

ANIQ VA TABIIY FANLAR SERIYASI

Matematika, Mexanika, Informatika
Fizika, Kimyo, Biologiya, Geografiya

№ 3/2 (139)
2023

ISSN 2181-1296

ILMIY AXBOROTNOMA

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК SCIENTIFIC JOURNAL

2023-yil, 3-son (2-seriya)(139) ANIQ VA TABIY FANLAR SERIYASI

Matematika, Mexanika, Informatika, Fizika, Kimyo, Biologiya, Geografiya

Samarqand viloyat matbuot boshqarmasida ro‘yxatdan o‘tish tartibi 09-25.
Jurnal 1999-yildan chop qilina boshlagan va OAK ro‘yxatiga kiritilgan.

BOSH MUHARRIR **R. I. XALMURADOV, t.f.d., professor**
BOSH MUHARRIR O‘RINBOSARLARI: **H.A. XUSHVAQTOV, f-m.f.d., dotsent**
A. M. NASIMOV, t.f.d., professor

TAHRIRIYAT KENGASHI:

ANIQ FANLAR

SH.A.ALIMOV - O‘zFA akademigi
S.N.LAKAYEV - O‘zFA akademigi (SamDU)
M.M.MIRSAIDOV - O‘zFA akademigi
A.S.SOLEEV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
I.A.IKROMOV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
B.X.XO‘JAYAROV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
A.G.YAGOLA - f.-m.f.d., professor (Moskva davlat universiteti, Rossiya)
I.I.JUMANOV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
X.X.XUDOYNAZAROV - t.f.d., professor (SamDU)
ALBERTO DEL BIMBO - Florensiya universiteti professori, Italiya
L.SABIROV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
A.JUMABOYEV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
N.N.NIZAMOV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
O.Q.QUVONDIQOV - f.-m.f.d., professor (SamDU)
I.A.RAXMATULLAYEV - f.-m.f.d., professor
A.SH.YARMUXAMEDOV - f.-m.f.n., (SamDU)
X.S.XAYDAROV - f.-m.f.n., dotsent (SamDU)

TABIY FANLAR

M.X.ASHUROV - O‘zFA akademigi
N.B. FERAPONTOV - k.f .d., professor (Moskva davlat universiteti, Rossiya)
SH. M. TUGIZOV - professor, Koliforniya universiteti, AQSh
H. I. AKBAROV - k.f.d., professor (O'zMU)
E. A. ABDURAXMONOV - k.f.d., professor (SamDU)
N. K. MUXAMADIYEV - k.f.d., professor (SamDU)
L. A. BULAVIN - Kiev milliy universiteti professori, Ukraina
X. Q. XAYDAROV - b.f.d., professor (SamDU)
Z. I. IZZATULLAYEV - b.f.d., professor (SamDU)
Sh. T. XOLIQULOV - g.f.d., professor (SamDU)
S. B. ABBASOV - g.f.d., professor (SamDU)
Q. S. YARASHEV - g.f.d., professor (SamDU)
GUN-SIK PARK - Seul univeriteti professori, Koreya
D.B.XURSANOV - g.f.f.d., dotsent (SamDU)
M. S. QUZIYEV - b.f.f.d., dotsent (SamDU)

Obuna indeksi – yakka tartibdagi obunachilar uchun **- 5583,**
tashkilot, korxonalar uchun **- 5584**

MUNDARIJA	
Кулжанов У.Н., Адилов А.А. *Спектралные свойства одночастичного оператора шредингера с контактным потенциалом*……..	3-7
Eshbekov R. *The cauchy problem for the modified korteweg-de vries equation with finite density in the class of periodic functions*……..	8-16
Abdurakhmonov B., Zaripov O., Teshayeva M. *Lagranj ko`paytuvchilari yordamida tengsizliklarni isbotlash*……	17-21
Umirzoqova I., Boboxonova G. *Oshkormas funksiya egriligi va kvadratik formalari*……..	22-26
Qurbonov H.G‘., Rustamov M.K., Gafurova D.A., Temiron N.N., Toshpulatova M.Sh. *Synthesis and properties of difficult combustion material based on modified polyacrylonitrile*……	27-32
Холиков Д.Ш., Худайбердиев З.Б., Исмоилов Х.Ф. *Упрощение нелинейного уравнения крутильных колебаний круглого конического слоя*……	33-38
Kamoliddinov D.U. *Density and regular distribution*……	39-43
Kuliev K., Eshimova M., Turaqulov T. *A new method for norm of a hardy-volterra operator*……	44-50
Kuziev B.N. *A comparative study on feature selection methods in QSAR*……..	51-55
Мардонов Ж.А. *Задача коши для неоднородного лапласова поля*……	56-61
Нуритдинов И., У.Эсанов З., Саидахмедов К.Х., Мажидов Х.М. *Преобразовании Dy1 центров в Dy2 центры в кристаллах* Dy_2SiO_5……	62-66
Akhmadova M.O. *The number of eigenvalues of the discrete schrödinger operator*……	67-71
Курбаниязов А.А., Сырлыбекқызы С., Раманкулов Ш. Ж., Аймбетова И.О., Ещанова Т.Д. *Новые данные высокого временного разрешения о морских и их изменчивости в зависимости от климатических условий*……	72-77
Ikromov I.A., Safarov A.R., Khudoyberdiev D. *Invariant estimates for generalized oscillatory integrals with polynomial phase*……	78-86
Urazbayev A.K. *Amudaryo hozirgi deltasidagi yer usti suv oqimlarining geografik strukturalari*……	87-91
Komilova N.K., Karshibayeva L.K. *Iqlim o‘zgarishlari va aholi kasalliklarining hududiy tarkibi (Jizzax va Sirdaryo viloyatlari misolida)*……	92-99
Нуритдинов И., Эсанов З.У., Саидахмедов К.Х., Ирисов Ш. *Влияние ионизирующего излучения на спектрально-люминесцентные свойства органических сцинтилляторов ups-923a*……	100-104
Alimkulov N.R. *Antropogen landshaftlarni tadqiq etish asosida landshaft-ekologik sharoit tushunchasining shakllanishi*……	105-113
Кувандиков О.К., Усаров У.Т. *Электрические, гальваномагнитные свойства редкого металла при различных температурах*	114-125
Komilova N.K., Ravshanov A.X. *Global iqlim o‘zgarishlari sharoitida O‘zbekistonda yuqumli-parazitar kasalliklar tarqalishining hududiy jihatlari*……	126-132

Рахматуллаев И.А., Ботиров Х.З., Чернега Н.В., Хайдаров Х.С. *Двухфотонно-возбуждаемая люминесценция в полициклических ароматических соединениях.....*	133-138
Anarova Sh.A., Jabbarov J.S., Rustamov A.A. Kattalashtirish masshtabiga bog'liq bo'lmagan fraktal o'lchovlarni geometrik modellashtirish…….	138-142
Nurmuhamedova D.K., Kutlieva G.J., Sohibnazarova X.A., Zairova X.T. *Mahalliy sut achituvchi bakteriyalarning antimikrob va bakteriosinogen faolligini tadqiq etish …….*	143-148
Тайланов Н.А., Уринов С.Х. *Численное моделирование уравнения гросса-питаевского.....*	149-159

UDK: 517.392 **DOI: https://doi.org/10.59251/2181-1296.2023.v3.139.2.2150**

OSHKORMAS FUNKSIYA EGRILIGI VA KVADRATIK FORMALARI

I.Umirzoqova, G.Boboxonova
Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti
e-mail: umirzoqova-iroda@samdu.uz[1]

Annotatsiya. Ushbu maqolada chiziq va sirt tenglamasi oshkormas ko‘rinishda berilganda chiziqning egriligi va buralishini, sirtning birinchi va ikkinchi kvadratik formalarini, to‘la egriligi (Gauss egriligi) va o‘rtacha egriligini topish formulalari keltirilgan.

Kalit so‘zlar: oshkormas funksiya, chiziq egriligi, buralishi, sirtlarning birinchi va ikkinchi kvadratik formalari, Gauss egriligi, o‘rtacha egrilik.

Кривизна и квадратичные формы неявных функций

Аннотация. В статье даны формулы для нахождения кривизны и кручения, первой и второй квадратичных форм, полной кривизны (гауссовой кривизны) и средней кривизны для линии и поверхности, заданные в неявном виде.

Ключевые слова: неявная функция, кривизна линии, кручение, первая и вторая квадратичные формы поверхностей, гауссова кривизна, средняя кривизна.

Curvature and quadratic forms of implicit functions

Abstract. In this research work, the formulas are given for finding the curvature and torsion, the first and second quadratic forms, the full curvature (Gaussian curvature) and the average curvature of the line and surface given in an implicit form.

Keywords: implicit function, line curvature, torsion, first and second quadratic forms of surfaces, Gaussian curvature, average curvature.

Kirish. Ma’lumki, chiziqning egriligi va buralishini, shuningdek, sirtning birinchi va ikkinchi kvadratik formalari, Gauss egriligi va o’rtacha egriligini topish geometriyada, jumladan amaliy masalalarda ham muhim hisoblanadi. Xususan, differensial geometriyada sirt nuqtalarining urinma tekislikdan chetlanishini aniqlashda yoki sirt nuqtalarini klassifikatsiyalashda sirtning ikkinchi kvadratik formadan foydalaniladi[2].

Dastlab, quyidagi ma’lum tushunchalarni keltiramiz:

Agar chiziq $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$ tenglama bilan berilgan bo’lsa, uning egriligini topish formulasi quyidagicha bo’ladi:

$$k = \frac{\sqrt{\begin{vmatrix} y' & z' \\ y'' & z'' \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} z' & x' \\ z'' & x'' \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \end{vmatrix}}}{\left(x'^2 + y'^2 + z'^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

Shuningdek, Φ sirt va uning (f, Φ) parametrlash usuli $r = r(u, v)$ tenglama yordamida berilgan bo'lsa, ushbu

$$ds^2 = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2$$

ifoda sirtning birinchi kvadratik formasi deyiladi[3]. Bunda $E = r_u^2, F = r_u r_v, G = r_v^2$ qiymatlar esa birinchi kvadratik forma koeffitsiyentlari deb ataladi.

Agar sirt $z = z(x, y)$ ko’rinishda berilgan bo’lsa, u holda sirtning birinchi kvadratik formasi ushbu

$$ds^2 = [1 + p^2]dx^2 + 2pqdxdy + (1 + q^2)dy^2$$

formula yordamida topiladi[2], Bunda $p = \partial_x z, q = \partial_y z$.

Quyidagi

$$ds^2 = Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2$$

ifoda esa sirtning ikkinchi kvadratik formasi deyiladi[3]. Bunda

$$L=\frac{\begin{vmatrix} x_{uu} & y_{uu} & z_{uu} \\ x_u & y_u & z_u \\ x_v & y_v & z_v \end{vmatrix}}{\sqrt{EG-F^2}}, L=\frac{\begin{vmatrix} x_{uv} & y_{uv} & z_{uv} \\ x_u & y_u & z_u \\ x_v & y_v & z_v \end{vmatrix}}{\sqrt{EG-F^2}}, L=\frac{\begin{vmatrix} x_{vv} & y_{vv} & z_{vv} \\ x_u & y_u & z_u \\ x_v & y_v & z_v \end{vmatrix}}{\sqrt{EG-F^2}}$$

qiymatlar ikkinchi kvadratik forma koeffitsiyentlari.

Sirtning to‘liq (yoki Gauss) va o‘rta egriliklari birinchi va ikkinchi kvadratik formalardan foydalanib mos ravishda quyidagi formulalar yordamida hisoblanadi[4]:

$$K=\frac{LN-M^2}{EG-F^2},\quad H=\frac{1}{2}\cdot\frac{EN-2FM+GL}{EG-F^2}.$$

Masalaning qo’yilishi. Sirtning birinchi va ikkinchi kvadratik formalari, chiziqning Gauss egriligi va o’rtacha egriligini chiziq tenglamasi parametrik ko’rinishda berilganda topish formulalari mavjud. Quyida agar chiziq oshkormas shaklda berilsa, yuqoridagi keltirilganlarni topish formulalari keltirib chiqarilgan. Bizga birinchi va ikkinchi kvadratik forma koeffitsiyentlari ma’lum. Demak, ulardan foydalanib $F\big(x,y,z(x,y)\big)=0$ sirtning to‘liq (yoki Gauss) va o‘rta egriliklarini hisoblash mumkin.

Dastlab, oshkormas funksiya haqida quyidagi ma’lum teoremani keltiramiz[6]:

Teorema. Faraz qilaylik,

1) $F(x,y)=0$ funksiya $M_0(x_0,y_0)$ nuqtaning biror atrofida aniqlangan va o‘zining xususiy hosilalari F_x' va F_y' lar bilan birga uzluksiz;

2) $F(x,y)$ funksiya $M_0(x_0,y_0)$ nuqtada nolga aylansin, ya’ni $F(x_0,y_0)=0$;

3) $F_y'(x,y)$ hosila esa shu nuqtada noldan farqli bo‘lsin: $F_y(x,y)\neq 0$.

U holda,

1) $M_0(x_0,y_0)$ nuqtaning biror $D_0=(x_0-\delta,x_0+\delta;y_0-\delta',y_0+\delta')$ atrofida $F(x,y)=0$ tenglama y ni x ning bir qiymatli funksiyasi sifatida aniqlaydi, ya’ni $y=f(x)$;

2) $x=x_0$ nuqtada bu funksiya y_0 qiymatni qabul qiladi: $f(x_0)=y_0$;

3) $(x_0-\delta,x_0+\delta)$ oraliqda $f(x)$ funksiya uzluksiz va uzluksiz hosilaga ega.

Endi esa ushbu teoremadan foydalanib, zarur formulalarni keltirib chiqaramiz. Faraz qilaylik, $F(x,y,z)=0$, $z=z(x,y)$ funksiya yuqoridagi teorema shartlarini qanoatlantirsin. U holda $F\big(x,y,z(x,y)\big)=0$ tenglamaning ikkala tomonini differensiallaymiz:

$$dF=(F_x+F_z\cdot z_x)dx+\big(F_y+F_z\cdot z_y\big)dy=0, \qquad (1)$$
$$F_x+F_z\cdot z_x=0,\quad F_y+F_z\cdot z_y=0.$$

Natijada quyidagi tengliklarga ega bo‘lamiz:

$$\begin{cases} z_x=-\dfrac{F_x}{F_z}, \\ z_y=-\dfrac{F_y}{F_z} \end{cases} \qquad (2)$$

Yuqoridagi (1) tenglikni yana bir marta differensiallaymiz:

$$d^2F=(F_{xx}+F_{xz}z_x+F_{zx}z_x+F_{zz}z_x^2+F_zz_{xx})dx^2+\big(F_{xy}+F_{xz}z_y+F_{zy}z_x+F_{zz}z_xz_y+F_zz_{xy}\big)dxdy$$
$$+\big(F_{yy}+F_{yz}z_y+F_{zy}z_y+F_{zz}z_y^2+F_zz_{yy}\big)dy^2=0.$$

Bundan esa quyidagi tengliklar kelib chiqadi:

$$\begin{cases} F_{xx}+F_{xz}z_x+F_{zx}z_x+F_{zz}z_x^2+F_zz_{xx}=0 \\ F_{xy}+F_{xz}z_y+F_{zy}z_x+F_{zz}z_xz_y+F_zz_{xy}=0 \\ F_{yy}+F_{yz}z_y+F_{zy}z_y+F_{zz}z_y^2+F_zz_{yy}=0 \end{cases}$$

Demak,

$$\begin{cases} z_{xx}=-\dfrac{1}{F_z}(F_{xx}+2F_{xz}z_x+F_{zz}z_x^2) \\ z_{xy}=-\dfrac{1}{F_z}\big(F_{xy}+F_{xz}z_y+F_{zy}z_x+F_{zz}z_xz_y\big) \\ z_{yy}=-\dfrac{1}{F_z}\big(F_{yy}+2F_{yz}z_y+F_{zz}z_y^2\big) \end{cases}$$

Topilgan bu tengliklarga (2) tengliklarni keltirib qo‘yamiz, natijada quyidagiga sistemaga ega bo‘lamiz:

$$\begin{cases} z_{xx} = -\frac{1}{F_z}\left(F_{xx} + 2F_{xz}\cdot\left(-\frac{F_x}{F_z}\right) + F_{zz}\cdot\left(-\frac{F_x}{F_z}\right)^2\right) \\ z_{xy} = -\frac{1}{F_z}\left(F_{xy} + F_{xz}\left(-\frac{F_y}{F_z}\right) + F_{zy}\left(-\frac{F_x}{F_z}\right) + F_{zz}\left(-\frac{F_y}{F_z}\right)\left(-\frac{F_x}{F_z}\right)\right). \\ z_{yy} = -\frac{1}{F_z}\left(F_{yy} + 2F_{yz}\left(-\frac{F_y}{F_z}\right) + F_{zz}\left(-\frac{F_y}{F_z}\right)^2\right) \end{cases}$$

Bu ifodalarni soddalashtirsak, ushbu tengliklar hosil bo‘ladi:

$$\begin{cases} z_{xx} = \frac{1}{F_z^3}\begin{vmatrix} F_{xx} & F_{xy} & F_x \\ F_{xz} & F_{zz} & F_z \\ F_x & F_z & 0 \end{vmatrix} \\ z_{xy} = \frac{1}{F_z^3}\begin{vmatrix} F_{xy} & F_{xz} & F_x \\ F_{yz} & F_{zz} & F_z \\ F_y & F_z & 0 \end{vmatrix} \\ z_{yy} = \frac{1}{F_z^3}\begin{vmatrix} F_{yy} & F_{yz} & F_y \\ F_{yz} & F_{zz} & F_z \\ F_y & F_z & 0 \end{vmatrix} \end{cases} \quad (3)$$

Topilgan bu tengliklardan foydalanib oshkormas ko’rinishda berilgan funksiya uchun ixtiyoriy nuqtasidagi egriligini, birinchi va ikkinchi kvadratik formalarini, Sirt ustidagi sohaning yuzasini, sirtning to’la va o’rtacha egriligini keltirib chiqamiz.

1-masala. $F(x,y)=0, |gradF| \neq 0$ tenglama bilan berilgan chiziqlarning ixtiyoriy nuqtasidagi egriligi topilsin.

Yechimi. Dastlab $|gradF| \neq 0$ ekanligidan foydalanamiz ($F_x^2 + F_y^2 \neq 0$, ya’ni F_x, F_y lar bir vaqtda nolga teng emas). Faraz qilaylik, $F_y \neq 0$ bo‘lsin, u holda yuqoridagi teoremaga ko‘ra x_0 nuqtaning shunday atrofi topiladiki, $y = f(x)$ funksiya uchun $F\big(x, f(x)\big) = 0$ munosabat bajariladi. Demak, oshkormas funksiya mavjud ekan. Endi bu egri chiziq tenglamasi bo‘lganda chiziq egriligini topishni ko‘rib chiqamiz. Bunda quyidagi chiziq oshkor ko‘rinishda berilganda chiziq egriligini hisoblash formulasi dan foydalanamiz[4]:

$$k = \frac{|y''|}{\sqrt{(1+y'^2)^3}}.$$

U holda $F(x,y)=0, y=f(x)$ tengliklardan quyidagi munosabatlar kelib chiqadi:

$$F_x dx + F_y dy = 0, y' = -\frac{F_x}{F_y}.$$

$F_x + F_y \cdot y' = 0$ tenglikdan yana bir marta x bo‘yicha hosila olamiz:

$$F_{xx} + F_{xy}\cdot y' + F_{yx}\cdot y' + F_{yy}\cdot y'^2 + F_y \cdot y'' = 0,$$

$$y'' = -\frac{F_{xx} + 2F_{xy}\cdot y' + F_{yy}\cdot y'^2}{F_y}.$$

Hosil bo‘lgan tengliklarni yuqoridagi (1) formulaga qo‘yib quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$k = \frac{\left|\frac{\left(F_{xx} - 2F_{xy}\cdot\frac{F_x}{F_y} + F_{yy}\cdot\left(-\frac{F_x}{F_y}\right)^2\right)}{F_y}\right|}{\sqrt{\left(1+\left(-\frac{F_x}{F_y}\right)^2\right)^3}} = \frac{\left|F_{xx}F_y^2 - 2F_{xy}F_xF_y + F_{yy}F_x^2\right|}{\sqrt{\left(F_x^2+F_y^2\right)^3}},$$

$$k=\frac{\begin{vmatrix} F_{xx} & F_{xy} & F_x \\ F_{xy} & F_{yy} & F_y \\ F_x & F_y & 0 \end{vmatrix}}{\left(F_x^2+F_y^2\right)^{\frac{3}{2}}} \tag{4}$$

Yuqorida keltirib chiqarilgan (4) formula $F(x,y)$ oshkormas ko‘rinishda berilgan chiziqning egriligi hisoblash formulasidir.

2-masala. Ushbu $F(x,y,z)=0$ ko‘rinishda berilgan sirtning birinchi kvadratik formasini toping.

Yechimi. Ushbu

$$ds^2=\left(1+\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right)dx^2+\frac{2\partial^2 z}{\partial x\partial y}dxdy+\left(1+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right)dy^2 \tag{5}$$

ifoda $z=z(x,y)$ ko‘rinishda berilganda berilgan sirtning birinchi kvadratik formasidan iborat ekanligi ma’lum. Sirt tenglamasi $F\big(x,y,z(x,y)\big)=0$ oshkormas ko‘rinishda berilganda birinchi kvadratik formasini hisoblash uchun yuqorida topilgan (2) ifodani (5) tenglikka qo‘yamiz. U holda

$$ds^2=\left(1+\left(-\frac{F_x}{F_z}\right)^2\right)dx^2+2\left(-\frac{F_x}{F_z}\right)\left(-\frac{F_y}{F_z}\right)dxdy+\left(1+\left(-\frac{F_y}{F_z}\right)^2\right)dy^2,$$

$$ds^2=Edx^2+2Fdxdy+G\frac{\left(F_z^2+F_y^2\right)}{F_z^2}dy^2. \tag{6}$$

Ushbu topilgan (6) tenglik $F(x,y,z)=0$ ko‘rinishda berilgan sirt uchun birinchi kvadratik formasini hisoblash formulasidan iborat. Bunda birinchi kvadratik forma koeffitsiyentlari quyidagicha topiladi:

$$E=\frac{\left(F_z^2+F_x^2\right)}{F_z^2},\ F=\frac{F_xF_y}{F_z^2},\ G=\frac{\left(F_z^2+F_y^2\right)}{F_z^2}. \tag{7}$$

3-masala. Φ sirt $F(x,y,z)=0$ tenglama bilan berilgan bo‘lsin, D yopiq sohaning Φ sirtdagi aksi D' ham yopiq bo‘lsa, u holda D' sohaning yuzini toping.

Yechimi. Sirt ustidagi sohaning yuzasi ikkinchi kvadtratik forma koeffitsiyentlari yordamida quyidagi formula orqali topiladi[5]:

$$\sigma=\iint\limits_{D'}\sqrt{EG-F^2}.$$

(7) tengliklarni ushbu formulaga qo’yamiz:

$$\sigma=\iint\limits_{D'}\sqrt{EG-F^2}\,dxdy=\iint\limits_{D'}\sqrt{\frac{\left(F_z^2+F_x^2\right)}{F_z^2}\cdot\frac{\left(F_z^2+F_y^2\right)}{F_z^2}-\frac{F_xF_y}{F_z^2}}dxdy=$$

$$=\iint\limits_{D'}\frac{1}{F_z}\cdot\sqrt{F_x^2+F_y^2+F_z^2}\,dxdy.$$

4-masala. Ushbu $F(x,y,z)=0$ ko‘rinishda berilgan sirtning ikkinchi kvadratik formasini toping.

Yechimi. Ma’lumki, $z=z(x,y)$ tenglama bilan berilgan sirtning ikkinchi kvadratik formasi quyidagi formula yordamida topiladi:

$$ds^2=Ldx^2+Mdxdy+Ndy^2 \tag{8}$$

bu yerda $L=\frac{z_{xx}}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}}, M=\frac{z_{xy}}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}}, N=\frac{z_{yy}}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}}$ lar ikkinchi kvadratik forma koeffitsiyentlari.

Ikkinchi kvadratik forma koeffitsiyentlarini topish uchun (3) ifoda tengliklaridan foydalanib, (8) tenglikning koeffitsiyentlarini topamiz:

$$L=\frac{z_{xx}}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}}=\frac{\begin{vmatrix}F_{xx} & F_{xy} & F_x\\ F_{xz} & F_{zz} & F_z\\ F_x & F_z & 0\end{vmatrix}}{F_z^2\sqrt{F_x^2+F_y^2+F_z^2}},\qquad M=\frac{z_{xy}}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}}=\frac{\begin{vmatrix}F_{xy} & F_{xz} & F_x\\ F_{yz} & F_{zz} & F_z\\ F_y & F_z & 0\end{vmatrix}}{F_z^2\sqrt{F_x^2+F_y^2+F_z^2}},$$

$$N=\frac{z_{yy}}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}}=\frac{\begin{vmatrix}F_{yy} & F_{yz} & F_y\\ F_{yz} & F_{zz} & F_z\\ F_y & F_z & 0\end{vmatrix}}{F_z^2\sqrt{F_x^2+F_y^2+F_z^2}}.$$

5-masala. Ushbu $F(x,y,z)=0$ ko‘rinishda berilgan sirtning sirtning to‘liq (yoki Gauss) va o‘rta egriliklarini toping.

Yechimi. Sirtlarning sferik tasviri yoki sferik akslantirish tushunchasi yordamida berilgan sirtning Gauss egriligini topish mumkin. Bizga birinchi va ikkinchi kvadratik forma koeffitsiyentlari ma‘lum. Demak, ulardan foydalanib $F\big(x,y,z(x,y)\big)=0$ sirtning to‘liq (yoki Gauss) va o‘rta egriliklarini hisoblash mumkin. Sirtning to‘liq (yoki Gauss) va o‘rta egriliklari mos ravishda quyidagi formulalar yordamida hisoblanadi[4]:

$$K=\frac{LN-M^2}{EG-F^2},\quad H=\frac{1}{2}\cdot\frac{EN-2FM+GL}{EG-F^2}.$$

Yuqoridagi masalalarda topilgan koeffitsiyentlarni (9) tengliklarga qo’yib, sirtning to’la(yoki Gauss) va o‘rta egriliklarni hisoblaymiz:

$$K=\frac{\dfrac{\begin{vmatrix}F_{xx} & F_{xy} & F_x\\ F_{xz} & F_{zz} & F_z\\ F_x & F_z & 0\end{vmatrix}}{F_z^2\sqrt{F_x^2+F_y^2+F_z^2}}\cdot\dfrac{\begin{vmatrix}F_{yy} & F_{yz} & F_y\\ F_{yz} & F_{zz} & F_z\\ F_y & F_z & 0\end{vmatrix}}{F_z^2\sqrt{F_x^2+F_y^2+F_z^2}}-\left(\dfrac{\begin{vmatrix}F_{xy} & F_{xz} & F_x\\ F_{yz} & F_{zz} & F_z\\ F_y & F_z & 0\end{vmatrix}}{F_z^2\sqrt{F_x^2+F_y^2+F_z^2}}\right)^2}{\dfrac{(F_x^2+F_y^2+F_z^2)}{F_z^2}}=$$

$$=\frac{\begin{vmatrix}F_{xx} & F_{xy} & F_x\\ F_{xz} & F_{zz} & F_z\\ F_x & F_z & 0\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}F_{yy} & F_{yz} & F_y\\ F_{yz} & F_{zz} & F_z\\ F_y & F_z & 0\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}F_{xy} & F_{xz} & F_x\\ F_{yz} & F_{zz} & F_z\\ F_y & F_z & 0\end{vmatrix}^2}{F_z^2\left(F_x^2+F_y^2+F_z^2\right)^2}.$$

Bu topilgan ifodani soddalashtiramiz:

$$K=-\frac{1}{F_x^2+F_y^2+F_z^2}\cdot\begin{vmatrix}F_{xx} & F_{xy} & F_{xz} & F_x\\ F_{yx} & F_{yy} & F_{yz} & F_y\\ F_{zx} & F_{zy} & F_{zz} & F_z\\ F_x & F_y & F_z & 0\end{vmatrix}.$$

Adabiyotlar

1. Narmanov A., Sharipov A., Aslonov J. Differensial geometriya va topologiya kursidan misol va masalalar. “Universitet” nashriyoti, Toshkent, 2014.
2. Narmanov A., Sharipov A., Aslonov J. Differensial geometriya va topologiya. “Universitet” nashriyoti, Toshkent, 2014.
3. Sobirov M., Yusupov A. Differensial geometriya kursi. Toshkent, 1976.
4. Kristopher Tapp. Differential geometry of curves and surfaces. Springer International Publishing, Switzerland, 2016.
5. Thomas Banchoff, Stephen Lovett. Differential geometry of curves and surfaces. Taylor & Francis Group, France, 2016.
6. Azlarov T., Mansurov H. Matematik analiz asoslari 2-qism. “Universitet” nashriyoti, Toshkent, 2007 yil.

SAMARQAND UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTNOMASI

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК **SCIENTIFIC REPORTS**

Texnik muharrir **Sh.Xoliqulov**

Muharrirlar:

I.Sulaymonov - fil.f.d., dotsent
E.Arziqulov - f.-m.f.d., dotsent
O.Yusupova - fil.f.n., dotsent

Mas'ul muharrirlar:

A. Sh. Yarmuxamedov - f.-m.f.n.
X. S. Haydarov - f.-m.f.n., dotsent

Muassis: Samarqand davlat universiteti Manzil: 140104,
Samarqand shahri, Universitet xiyoboni, 15.
Telefon: (0 366) 240-38-47, Faks: (0 366) 239-13-87 e-mail:
axborotnoma.uz
SamDU «Ilmiy axborotnoma» jurnali tahririyati kompyuterida terildi. Bosishga 30.06.2023-yilda ruxsat etildi. Qog'oz o'lchami A-4. Nashriyot hisob tabog'i 10,00.
Buyurtma raqami 570. Adadi 30 nusxa.

ISSN 2181-1296

