ISNN:2181-1296



SHAROF RASHIDOV NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

САМАРКАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ШАРОФА РАШИДОВА

SAMARKAND STATE UNIVERSITY NAMED AFTER SHAROF RASHIDOV

ILMIY AXBOROTNOMA

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК SCIENTIFIC JOURNAL

ANIQ VA TABIIY FANLAR SERIYASI

Matematika, Mexanika, Informatika
Fizika, Kimyo, Biologiya, Geografiya

№ 3/1 (139)
2023

ISSN 2181-1296

ILMIY AXBOROTNOMA

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК — SCIENTIFIC JOURNAL

2023-yil, 3-son 1-seriya (139) **ANIQ VA TABIY FANLAR SERIYASI**

Matematika, Mexanika, Informatika, Fizika, Kimyo, Biologiya, Geografiya

Samarqand viloyat matbuot boshqarmasida ro‘yxatdan o‘tish tartibi 09-25.
Jurnal 1999-yildan chop qilina boshlagan va OAK ro‘yxatiga kiritilgan.

BOSH MUHARRIR **R. I. XALMURADOV, t.f.d., professor**
BOSH MUHARRIR O‘RINBOSARLARI: **H.A. XUSHVAQTOV, f-m.f.d., dotsent**
A. M. NASIMOV, t.f.d., professor

TAHRIRIYAT KENGASHI:

ANIQ FANLAR

SH.A.ALIMOV	- O‘zFA akademigi
S.N.LAKAYEV	- O‘zFA akademigi (SamDU)
M.M.MIRSAIDOV	- O‘zFA akademigi
A.S.SOLEEV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)
I.A.IKROMOV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)
B.X.XO‘JAYAROV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)
A.G.YAGOLA	- f.-m.f .d., professor (Moskva davlat universiteti, Rossiya)
I.I.JUMANOV	- f.-m.f .d., professor (SamDU)
X.X.XUDOYNAZAROV	- t.f.d., professor (SamDU)
ALBERTO DEL BIMBO	- Florensiya universiteti professori, Italiya
L.SABIROV	- f.-m.f .d., professor (SamDU)
A.JUMABOYEV	- f.-m.f .d., professor (SamDU)
N.N.NIZAMOV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)
O.Q.QUVONDIQOV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)
I.A.RAXMATULLAYEV	- f.-m.f .d., professor
A.SH.YARMUXAMEDOV	- f.-m.f.n., (SamDU)
X.S.XAYDAROV	- f.-m.f.n., dotsent (SamDU)

TABIY FANLAR

M.X.ASHUROV	- O‘zFA akademigi
N.B. FERAPONTOV	- k.f .d., professor (Moskva davlat universiteti, Rossiya)
SH. M. TUGIZOV	- professor, Koliforniya universiteti, AQSh
H. I. AKBAROV	- k.f.d., professor (O'zMU)
E. A. ABDURAXMONOV	- k.f.d., professor (SamDU)
N. K. MUXAMADIYEV	- k.f.d., professor (SamDU)
L. A. BULAVIN	- Kiyev milliy universiteti professori, Ukraina
X. Q. XAYDAROV	- b.f.d., professor (SamDU)
Z. I. IZZATULLAYEV	- b.f.d., professor (SamDU)
Sh. T. XOLIQULOV	- q-x.f.d., professor (SamDU)
S. B. ABBASOV	- g.f.d., professor (SamDU)
Q. S. YARASHEV	- g.f.d., professor (SamDU)
GUN-SIK PARK	- Seul univeriteti professori,
D.B.XURSANOV	- g.f.f.d., dotsent (SamDU)
M. S. QUZIYEV	- b.f.f.d., dotsent (SamDU)

Obuna indeksi – yakka tartibdagi obunachilar uchun **- 5583,**
tashkilot, korxonalar uchun **- 5584**

MUNDARIJA	
Taniqli fan va davlat arbobi, O'zr FA polimerlar kimyosi va fizikasi instituti direktori, akademik Sayyora Rashidova 80 yoshda.....	3-4
Badalov K., Ibadov R., Ibragimov A., Murodov S. *Wormhole and black hole solutions in einstein-scalar-gauss-bonnet theories.....*	5-9
Toshpulatov D.T., Kurbonov A.M., Samiyev A.A., Xursandov J.M., Mirzayev Sh.E., Tashpulatov X.Sh., Nasimov A.M. *Zol-gel qatlamga Co(II) komplekslarini biriktirish va uning fotokimyoviy xossalarini o'rganish…….*	10-15
Rustamova N., Davranov K., Abulimiti Yili. *Optimization of culture condition for growth and production of bioactive secondary metabolites by endophytic fungus Thermothelomyces thermophiles* XJF-9……..…….	16-22
Xamidov A.M., Maxmudova Y.A., Nurullayeva F.N., Ro'zimuradov O.N. *TiO_2 yoki ZrO_2 Nanotrubkalarida poliefir-efir-keton sulfonat asosida namlikka sezgir nanokompozit qattiq ion o'tkazgichlar sintezi……..*	23-28
Abdullayev J.I., Ibragimov H.H. *Pifagor va Eyler g'ishtlari uchun parametrik tenglamalar……..*	29-34
Shukurov J.X., Fayzullayev N.I. *Mahalliy xomashyolar asosida dimetilefir olishga turli omillarning ta'siri……..……*	35-41
Nurutdinova F.M., Rasulova Y.Z., Jahonqulova Z.V. *Apis mellifera jonsiz asalaridan sintez qilingan xitin-xitozan fizik-kimyoviy tadqiqotlari ……*	42-46
Аллаков И., Музропова Н.С. *О количество решений одной квадратной уравнение в простых числах……..…….*	47-51
Jumabaev A., Absanov A., Ernazarov Z., Shodiyev A., Umarov S. *Raman spectra and ab-initio calculation analysis of intermolecular interactions in ethylacetate…..*	52-57
Яхшиликова Л., Ўрозов Т., Маматов А., Ўринов Ж., Кобилов Т. *Синтез новых производных макроциклических и пинцерных лигандов, содержащих тауриновые фрагменты……*	58-62
Parmanov A.B., Nurmanov S.E., Tursunov Sh.Sh., Bekboyeva N.U., Xolmuhammedov N.D. *Benzoy kislotaning fenilatsetilen bilan katalitik reaksiyasi……*	63-67
Sultanov M.U., Yo'ldashev S.K., Yakhshiboyev Q.X. *Yuqori energiyali adron-yadro va yadro-yadro to'qnashuvlar uchun fritiof modeli……..…….*	68-74
Сайидов О.Ж. *Оптимальное управление для системы нелинейных разностных уравнений на основе построения интегрального многообразия ……..…….*	75-81
Нормуродов Х.Н. *Задача коши для нелинейного уравнения типа синус-гордона в классе периодических бесконечнозонных функций……..……*	82-91
Кувандиков О., Субханкулов И., Ражабов Р.М., Хомитов Ш.А., Бакаев Г.С. *Электрические, гальваномагнитные и магнитные свойств в аморфных сплавах на основе переходных металлов ……..……*	92-98
Ахмеджанов Ф. Р., Тугалов Ф. Б. *Температурная зависимость скорости и затухания акустических волн в гамма облученных кристаллах фторида лития……..……*	99-103
Алланазарова Т. Ж. *Интегрирование модифицированного уравнения кортевега-де фриза с нагруженными членами и источником в виде суммы……..……*	104-112
Зиёев Б.Т., Набиев А.А., Маматалиев А.А., Намазов Ш.С., Рузиев И.Х., *Физико-химические свойства некоторых минералов доломита Узбекистана……*	113-117

Ergashev S.Sh., Burxonov O.A., Karimov R.G., Sanaqulov Sh.M. *Tres-1 b va qatar-1 b ekzosayyoralarning ravshanlik egri chizig'i tahlili natijalari…….*	118-122
G'aniyev Sh.R., Shirinboyev D.N. *O'rta zarafshon havzasidagi kichik daryolar va soylar oqimining yillararo tebranishi ……..……*	123-127
Холмуродова Д.К., Киямова Д.Ш. *Исследование структуры, физико-химических свойств выбранных органических и неорганических ингредиентов на основе местного и вторичного сырья, применительно к разработке угольных брикетов……..…….*	128-132
Tirkasheva S.I., Ziyadullayev O.E., Otamuxamedova G.Q., Muzalevskiy V.M., Nenaydenko V.G. *Terminal atsetilen spirtlarining oksidlanishi asosida diindiollar sintezi ……..*	133-140
Isokov Y.X., Yaxyoyev U.A., Mixliyev O.A., Zyoyev B.T. *Faollantirilgan ko'mirga monokomponentli eritmalar sorbsiyasi ……..……*	141-146
Иноятилло О. *Измерение загрязнения воздуха с помощью наноспутника……..……*	147-151
Абдулахадова Г.Ш., Зухритдинова Н.Ю., Кутлиева Г.Дж., Тураева Б.И., Юлдошева Х.А. *Антимикробная активность молочнокислых бактерий……*	152-156

УДК:517.97:519.9 **DOI: https://doi.org/10.59251/2181-1296.2023.v4.139.1.2104**

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДЛЯ СИСТЕМЫ НЕЛИНЕЙНЫХ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ НА ОСНОВЕ ПОСТРОЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО МНОГООБРАЗИЯ

О.Ж.Сайидов
Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий
Email: oltiboysaidov@gmail.com

Аннотация. В работе рассматриваются управляемые системы нелинейных разностных уравнений. Предлагается подход к синтезу оптимального управления, на основе построения оптимального многообразия, а также получены необходимые условия оптимальности. Кроме того, предложены численные методы для системы синтез оптимального управления.

Ключевые слова: нелинейные разностные уравнения, синтез, оптимальное управление, интегральное многообразия, функционал Лагранжа, запаздывание аргумента.

Nochiziqli ayirmali tenglamalar sistemasini integral ko’pxillilik qurish orqali optimal boshqarish

Annotatsiya. Ushbu ishda boshqariluvci nochiziqli ayirmali tenglamalar sistemasi qaraladi. Optimal boshqarishni sintezlash integral ko’pxillilikni qurish orqali amalga oshirilgan. Shuningdek, optimal boshqarish ucnun zaruriy shart olingan. Shu bilan birgalikda, sonli usullar yordamida optimal boshqarishni sintezlash bayon qilingan.

Kalit so‘zlar: nochiziqli ayirmali tenglama, синтез, optimal boshqarish, integral ko’po’xshashlik, Lagranj funksionali, kechikuvchi argument.

Optimal control for a system of nonlinear difference equations based on construction of the integral manifold

Abstract. Controlled systems of nonlinear difference equations are considered in the article. An approach to the synthesis of optimal control is proposed based on the construction of an optimal manifold; necessary optimality conditions are obtained. In addition, numerical methods are proposed for the optimal control synthesis system.

Keywords: nonlinear difference equations, synthesis, optimal control, integral manifolds, Lagrange functional, argument delay.

В теории оптимального управления одной из основных задач является задача синтеза оптимального управления. Суть данной задачи состоит в том, что каждая управляемая система нелинейных разностных уравнений с запаздывающим аргументом изучается в последнее время еще глубже.

С развитием новых технологии и широкого внедрения математических методов в инженерные исследования, а также рост числа выпускаемой компьютерные техники и повышение ее качества привели к широкому использованию компьютеров. Поэтому быстро развиваются численные и численно-аналитические методы решений разных физических, математических и других задач. Так алгебраические, дифференциальные, интегральные, и интегро-дифференциальные уравнения и разные оптимальные задачи при реализации на компьютерах проводятся к разностным или конечно-разностным уравнениям.

Разностные или дифференциально-разностные уравнения и методы их решения изучались и развивались в работах [1-4] и др.

Оптимальные управления с разностными уравнениями рассматривали и развивали в работах [5-8] и др.

Оптимальные управления для системы разностных уравнений с запаздывающим аргументом изучались мало, в общем случае такие системы рассматривались в работах [9-16] и др.

В данной работе рассматриваются управляемые системы разностных уравнений с запаздывающим аргументом общего (линейного и нелинейного) вида и на основе минимизации квадратичного функционала, синтезируются оптимальные управления, дающие требуемые свойства системы.

Рассмотрим управляемую систему разностных уравнений с запаздывающим аргументом

$$X_{n+1} = F\left(n, X_n, X_{n-1}, \ldots, X_{n-r}, U_n, U_{n-1}, \ldots, U_{n-s}\right),$$
$$F\left(0,0,\ldots,0\right) = 0,\ X_i \in R^m,\ (i = \overline{n, n-r}),\ U_j \in R^l,\ \left(j = \overline{n, n-s};\ l \le m\right) \tag{1}$$

и функционал

$$J = \sum_{k=n}^{N} W\left(k, X_k, U_k\right),\ W\left(0,0,0\right) = 0, \tag{2}$$

где r, s $\left(s \le r\right)$ и N - положительные целые числа, и $N >> r$.

Систему разностных уравнений (1) в дальнейшим будем называть разностными уравнениями с запаздывающим аргументом, потому что при дискретизации дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом сводятся к системе разностных уравнений типа (1). Такое название для системы разностных уравнений (1), по видимому впервые применялось в работах [6], [7], а потом укоренились в работе [4].

Будем решать задачу синтеза оптимального управления для системы (1) с функционалом (2).

Предполагаем, что вектор-функция

$$F\left(n, X_n, X_{n-1}, \ldots, X_{n-r}, U_n, U_{n-1}, \ldots, U_{n-s}\right),$$

достаточное число раз дифференцируема по всем аргументам, а вектор-функция $W\left(k, X_k, U_k\right), (k = \overline{n, N})$ - знакоположительная, также достаточное число раз дифференцируемая по всем аргументам, $X_k = x_k$ - вектор состояний $(k \le r)$, $U_k = u_k$ - вектор управлений $(k \le s)$ и векторы X_k и U_k заданы, т.е. заданы граничные условия

$$X_k = X^0\ \left(k \le r\right),\ U_k = U^0\ \left(k \le s\right). \tag{3}$$

Для удобства дальнейших рассуждений, введем следующие обозначения:

$$F_n = F\left(n, X_n, X_{n-1}, \ldots, X_{n-r}, U_n, U_{n-1}, \ldots, U_{n-s}\right), \tag{4}$$

$$W_k = W(k, X_k, U_k),\ \ k = (\overline{n, N}). \tag{5}$$

Теорема 1 (Необходимые условия оптимальности). Для минимума функционала Лагранжа

$$H = \sum_{k=n}^{N} (W_k - Y^*_{k+1} \cdot (F_k - X_{k+1})). \tag{6}$$

необходимо выполнение условия $\delta H = 0$, т.е.

$$X_{k+1} = F_k,\quad k = \overline{n, N}, \tag{7}$$

$$\frac{\partial W_k}{\partial u_k} + \sum_{i=k}^{k+s} Y^*_{i+1} \cdot \frac{\partial F_i}{\partial u_k} = 0,\quad k = \overline{n, N}, \tag{8}$$

$$Y^*_k = \frac{\partial W_k}{\partial x_k} + \sum_{i=k}^{k+r} Y^*_{i+1} \cdot \frac{\partial F_i}{\partial x_k},\quad k = \overline{n, N}, \tag{9}$$

где * – знак транспонирования.

Доказательство. Для отыскания необходимых условий оптимальности используем метод множителей Лагранжа. Для этого введем вектор-строку $Y^*_{k+1} = \left(Y_{k+1,1}, Y_{k+1,2}, ..., Y_{k+1,m}\right)$, применяя системы уравнений (4) и (5), построим функционал Лагранжа (6). При вычислении приращения функционала (6), используем определение функционала Лагранжа H ([см. 8]), тогда имеем

$$\Delta H = \delta H + \frac{1}{2!}\delta^2 H + \frac{1}{3!}\delta^3 H + \frac{1}{4!}\delta^4 H + \dots \ . \tag{10}$$

Известно, что для минимума функционала Лагранжа H необходимо $\delta H = 0$ и достаточно $\delta^2 H \geq 0$.

При вычислении функционала Лагранжа (6), из соотношения (10) имеем следующие соотношения

$$\delta H = \sum_{k=n}^{N} (\delta H_{u_k} + \delta H_{y_k} + \delta H_{x_k}), \tag{11}$$

$$\delta H_{u_k} = (\frac{\partial W_k}{\partial u_k} + \sum_{i=k}^{k+s} Y^*_{i+1} \cdot \frac{\partial F_i}{\partial u_k})\delta u_k, \quad k = \overline{n, N}, \tag{12}$$

$$\delta H_{x_k} = (-Y^*_k + \frac{\partial W_k}{\partial x_k} + \sum_{i=k}^{k+r} Y^*_{i+1} \cdot \frac{\partial F_i}{\partial x_k})\delta x_k, \quad k = \overline{n, N}, \tag{13}$$

$$\delta H_{y_k} = (F_k - X_{k+1})^* \cdot \delta y_{k+1}, \quad k = \overline{n, N}, \tag{14}$$

$X_k = x_k$, $U_k = u_k$ и $Y_k = y_k \ (k = n)$ заданные векторы, поэтому не они варьируются. Отсюда приравняем формулы (11)-(14) к нулю, получим соотношения (7) - (9), и имеем необходимые условия оптимальности рассматриваемой задачи. ■.

Теорема 2. Если система разностных уравнений

$$\begin{cases} X_{n+1} = F(n, X_n, ..., X_{n-r}, \Phi_n, ..., \Phi_{n-s}), \\ Y^*_n = \dfrac{\partial W(n, X_n, \Phi_n)}{\partial X_n} + \displaystyle\sum_{i=n}^{n+r} Y^*_{i+1} \cdot \frac{\partial F_i}{\partial X_n}, \\ \dfrac{\partial W_k}{\partial u_k} + \displaystyle\sum_{i=k}^{k+s} Y^*_{i+1} \cdot \frac{\partial F_i}{\partial u_k} = 0, \qquad k = \overline{n, N}, \end{cases} \tag{15}$$

где $F_i = F(i, X_i, ..., X_{i-r}, \Phi_i, ..., \Phi_{i-s})$, и $U_i = \Phi(i, X_i, ..., X_{i-r}, Y_{i+1}, ..., Y_{i+1-s}), \ i = \overline{n, n+r}$ имеет оптимальное управление $U_i = S(i, X_i, ..., X_{i-r}), \ i = \overline{n, N}$ при котором минимизируется значение функционала (2), то значения переменных $n, X_n, Y^*_n = K(n, X_n, ..., X_{n-r})$ $(n = 0; 1; 2; ...)$, соответствующих оптимальному управлению, лежат на оптимальном многообразии G_1 примыкающих при $n \to +\infty$ к нулевому решению, а также лежат на оптимальном многообразии G_2 примыкающих при $n \to -\infty$ к нулевому решению (см. теорему 1, [5]), X_n $(n = 0, 1, 2, ...)$ – произвольное решение оптимизированной системы уравнений

$$X_{n+1} = F(n, X_n, ..., X_{n-r}, S_n, ..., S_{n-s}). \tag{16}$$

Доказательство. Для нахождения оптимального решения X_n и оптимального управление U_n, необходимо решать системы (8) и (9) с граничными условиями (3) т.е. $X_n = X^0 \ (n \le r)$, $Y_n = 0 \ (n \ge N)$. Так как для X_n начальные условия заданы, для Y_n при варьировании X_{N+1} в функционале Лагранжа (6) видно, что $Y_n = 0$. Поэтому система уравнений (8), (9) имеет граничные условия $X_n = X^0 \ (n \le r)$, $Y_n = 0 \ (n \ge N)$. Граничные условия упрощаются, если положим $N = \infty$.

Для построения оптимального многообразия используем методы предложенные в работах [4-7], [13].

Предполагаем, что существует нелинейная разностная функция

$$U_n = \Phi(n, X_n, ..., X_{n-r}, Y_{n+1}, ..., Y_{n+1-s}) \ , \tag{17}$$

удовлетворяющая уравнению (7), где $Y_n = 0, \ n \le s-1$. Тогда обозначая $U_n = \Phi_n$, на основе систем уравнений (7) и (9), приходим к системе разностных уравнений (15). Решение системы разностных уравнений (15) имеет оптимальное управление $U_n = S(n, X_n, ..., X_{n-r})$, при котором минимизируется значение функционала (2). Тогда полученное произвольное решение X_n, оптимизированной системы уравнений (16), и значения переменных X_n и $Y_n^* = K(n, X_n, ..., X_{n-r}) \quad (n = 0,1,2,...)$, соответствующих оптимальному управлению, лежащему на оптимальном многообразии G_1 (и G_2) решений системы (15), которое стремится к нулевому решению при $n \to +\infty$ (и $n \to -\infty$).

Таким образом, отыскание оптимального управления $U_n = S(n, X_n, ..., X_{n-r})$, сводится к отысканию оптимального многообразия G_1 (и G_2) всех решений системы разностных уравнений (15), которые стремятся к нулевому решению при $n \to +\infty$ (и $n \to -\infty$). ■.

Теорема 3. Для существования интегрального многообразия $Y_n^* = \mathrm{K}(n, X_n, ..., X_{n-r})$ необходимо, чтобы оно удовлетворяло системе функциональных уравнений

$$\mathrm{K}(n, X_n, ..., X_{n-r}) = \frac{\partial W(n, X_n, \Phi_n)}{\partial X_n} + \sum_{i=n}^{n+r} \mathrm{K}_{i+1} \cdot \frac{\partial F_i}{\partial X_n}, \tag{18}$$

где $X_{n+1} = F(n, X_n, ..., X_{n-r}, \Phi_n, ..., \Phi_{n-s})$, $\Phi_n \equiv \Phi(n, X_n, ..., X_{n-r}, \mathrm{K}_{n+1}, ..., \mathrm{K}_{n+1-s})$, $\mathrm{K}_i = \mathrm{K}(i, X_i, ..., X_{i-r})$, и $F_i = F(i, X_i, ..., X_{i-r}, \Phi_i, ..., \Phi_{i-s})$, $(i = \overline{n, n+r})$.

Доказательство. При нахождении оптимального решения X_n и оптимального управления $U_n = S(n, X_n, ..., X_{n-r})$ учитываем граничные условия $X_n = X^0 \ (n \le r)$, $Y_n = 0 \ (n \le s-1)$. При этом оптимальное управление $U_n = S(n, X_n, ..., X_{n-r})$ определяется из системы уравнений

$$S(n, X_n, ..., X_{n-r}) = \Phi(n, X_n, ..., X_{n-r}, \mathrm{K}_{n+1}, ..., \mathrm{K}_{n+1-s}), \tag{19}$$

где $\mathrm{K}_{n+1-i} \equiv \mathrm{K}(n+1-i, F_{n-i}, ..., F_{n-r-i}), \quad (i = 0,1,...,s),$

$F_{n-i-j} \equiv F(n-i-j, X_{n-i-j}, ..., X_{n-r-i-j}, S(n-i-j, X_{n-i-j}, ..., X_{n-r-i-j}), ...,$

$S(n-s-i-j, X_{n-s-i-j}, ..., X_{n-r-s-i-j})), \ (i = 0,1,...,s; \ j = 0,1,...,r).$

Подставляя замену $Y_n^* = \mathrm{K}(n, X_n, ..., X_{n-r})$ и $U_n = \Phi_n$, во второе уравнение систем нелинейных разностных уравнений (15), получим уравнения

$$\mathrm{K}(n, X_n, ..., X_{n-r}) = \frac{\partial W(n, X_n, \Phi_n)}{\partial X_n} + \sum_{i=n}^{n+r} \mathrm{K}_{i+1} \cdot \frac{\partial F_i}{\partial X_n},$$

где $\mathrm{K}_i = \mathrm{K}(i, X_i, ..., X_{i-r}), i = \overline{n, n+r}$, $F_i = F(i, X_i, ..., X_{i-r}, \Phi_i, ..., \Phi_{i-s}), i = \overline{n, n+r}$).

Отсюда, из первого и третьего уравнений системы разностных уравнений (15) получим утверждение теоремы 3, и системы функциональных уравнений (18). ■.

При построении оптимального управления (19), задаем начальное значение для $X_n, X_{n-1}, ..., X_{n-r}$ близкое к нулю и решаем системы уравнений (18), в сторону уменьшения значений n. При этом начальное значение для векторов $Y_{n+1}^*, Y_n^*, ..., Y_{n+1-s}^*$ также берется достаточное близкое к нулю.

Отметим, что двухшаговые нелинейные разностные уравнения

$$x_{n+1} = F\left(x_n, x_{n-1}, u_n, u_{n-1}\right),\ x_n \in R^m,\ u_n \in R^l, \left(l \le m\right),$$

рассмотренной задачи были изучены в работе [17].

Пример. Ищем оптимальное управление для нелинейного разностного уравнения

$$x_{n+1} = -x_n^3 + x_{n-1} - u_n \tag{20}$$

с минимизирующим функционалом

$$J = \frac{1}{2}\sum_{k=n}^{\infty}(x_k^2 + u_k^2). \tag{21}$$

Применяя системы уравнений (20) и функционал (21), построим функционал Лагранжа по формуле (6)

$$H = \sum_{k=n}^{\infty}(\frac{1}{2}x_k + \frac{1}{2}u_k + y_k(F_k - x_{k+1})),\quad F_k = -x_k^3 + x_{k-1} - u_k, \tag{22}$$

отсюда в силу теоремы 1, имеем $\delta H = \delta H_{x_{k-1}} + \delta H_{u_{k-1}} + \sum_{k=n}^{\infty}(\delta H_{x_k} + \delta H_{u_k} + \delta H_{y_k}) = 0,$ и

$$\begin{cases} \delta H_{x_{k-1}} = y_{k-1}\dfrac{\partial F_k}{\partial x_{k-1}}\delta x_{k-1} = 0, y_{-1} = 0, \\ \delta H_{u_{k-1}} = y_{k-1}\dfrac{\partial F_k}{\partial u_{k-1}}\delta u_{k-1} = 0, \end{cases} \tag{23}$$

$$\begin{cases} \delta H_{u_k} = u_k + y_k(-1) = 0, \\ \delta H_{x_k} = x_k + y_k(-3x_k^2) + y_{k+1}\cdot 1 - y_{k-1} = 0, \\ \delta H_{y_k} = -x_k^3 + x_{k-1} - u_k - x_{k+1} = 0. \end{cases} \tag{24}$$

После преобразования $u_k = y_k$ и $k = n$, из этих соотношений (23) и (24) система разностных уравнений (15) и функция (17) при убывании значения n имеет вид

$$\begin{cases} x_{n-1} = x_n^3 + x_{n+1} + y_n, \\ y_{n-1} = x_n - 3x_n^2 y_n + y_{n+1}, \end{cases} \tag{25}$$

а при возрастании значение n имеет вид

$$\begin{cases} x_{n+1} = -x_n^3 + x_{n-1} - y_n, \\ y_{n+1} = -x_n + 3x_n^2 y_n - y_{n-1}. \end{cases} \tag{26}$$

Нелинейные разностные системы уравнений (25), (26) и функционал (22), независят от индекса n, поэтому начальное значение для n можно взять равное минус единице. Задавая значения достаточно близкие к нулю для $(x_{k,n}; y_{k,n})$, $(x_{k,n+1}; y_{k,n+1})$ и отыскивая решение нелинейного разностного уравнения (25) в сторону уменьшения значений n, а также, при возрастании значение n, по системе уравнений (26) находим различные точки $(x_{k,n}^0; y_{k,n}^0)$, приближенно лежащие на оптимальных интегральных многообразиях G_2 и G_1.

Для численного синтеза оптимального управления u_n, вычислено значение x_n и y_n, на программе Microsoft Office Exsel и составлены таблицы.

В таблицах представлены значения функций x_n и y_n, при убывании значения n вычисленные по системе уравнений (25) и при возрастании значения n, вычисленные по системе уравнений (26) определяющие оптимальное управление u_n.

Таблица 1. При убывании значения n, определяющие оптимальное управление u_n.

Значения n	x_{n+1}	y_{n+1}	x_n	y_n	x_{n-1}	y_{n-1}
0	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001	0,00002	0,00002
-1	0,00001	0,00001	0,00002	0,00002	0,00003	0,00003
-2	0,00002	0,00002	0,00003	0,00003	0,00005	0,00005
-3	0,00003	0,00003	0,00005	0,00005	0,00008	0,00008
-4	0,00005	0,00005	0,00008	0,00008	0,00013	0,00013
-5	0,00008	0,00008	0,00013	0,00013	0,00021	0,00021
-6	0,00013	0,00013	0,00021	0,00021	0,00034	0,00034
-7	0,00021	0,00021	0,00034	0,00034	0,00055	0,00055
-8	0,00034	0,00034	0,00055	0,00055	0,00089	0,00089
-9	0,00055	0,00055	0,00089	0,00089	0,00144	0,00144
-10	0,00089	0,00089	0,00144	0,00144	0,00233	0,00233

Таблица 2. При возрастании значения n, определяющие оптимальное управление u_n.

Значения n	x_{n-1}	y_{n-1}	x_n	y_n	x_{n+1}	y_{n+1}
0	0,00001	0,00000	0,00001	0,00001	0,00001	-0,00001
1	0,00001	0,00001	0,00001	-0,00001	0,00000	-0,00002
2	0,00001	-0,00001	0,00000	-0,00002	0,00002	0,00001
3	0,00000	-0,00002	0,00002	0,00001	0,00002	0,00000
4	0,00002	0,00001	0,00002	0,00000	0,00001	-0,00003
5	0,00002	0,00000	0,00001	-0,00003	0,00002	-0,00001
6	0,00001	-0,00003	0,00002	-0,00001	0,00004	0,00001
7	0,00002	-0,00001	0,00004	0,00001	0,00003	-0,00003
8	0,00004	0,00001	0,00003	-0,00003	0,00003	-0,00004
9	0,00003	-0,00003	0,00003	-0,00004	0,00006	0,00000
10	0,00003	-0,00004	0,00006	0,00000	0,00007	-0,00002

Замечания. Если уравнения (7) и (17) аналитически неразрешимо относительно u_n, то они определяется путем численного отыскания.

В данной работе рассматриваются управляемые системы нелинейных разностных уравнений с запаздывающим аргументом и на основе минимизации квадратичного функционала, синтезируются оптимальные управления, дающие требуемые свойства системы.

Для изучения этой задачи синтеза оптимального управления использован математический аппарат построения интегрального многообразия. Используя предложенные методы минимизацию функционала Лагранжа для системы нелинейных разностных уравнений с запаздывающим аргументом. Доказаны необходимые условия оптимальности, а также численные методы отыскания интегрального многообразия и оптимального управления. Эти условия дают возможность синтеза оптимального управления задач оптимизации.

Это есть основной результат, который следует из предложенного метода построения интегрального многообразия и оптимального управления.

Литература

1. Беллман Р., Кук К. Дифференциально-разностные уравнения.- Москва: Мир, 1967. - 548 с.
2. Самарский А.А., Карамзин Ю.Н. Разностные уравнения. - Москва: Знание, 1978. - 64 с.
3. Харитонова В.Л. Устойчивость одного семейства разностных систем // Журн. Автоматика и телемеханика. - 1990. - №3. – с. 38-45.
4. Марданова И.Д., Валеев К.Г. Принцип сведения для разностных уравнений. – Баку: Элм, 1991.- 264 с.
5. Валеев К.Г., Митропольский Ю.А., Финин Г.С. Применение принцип оптимального многообразия для синтеза оптимальных регуляторов // ДАН СССР.-1981.-Т. 257., №4. – с. 796-799.
6. Валеев К.Г., Финин Г.С. Построение функций Ляпунова.- Киев: Наука-думка, 1981. 412 с.
7. Валеев К.Г. Расщепление спектра матриц.- Киев: Вища школа, 1986. 272 с.
8. Зубов В.И. Теория уравнений управляемого движения. - Ленинград (Санкт-Петербург): Издательство ЛГУ, 1980. - 288 с.
9. Александров В.М. Метод вычисления в реальном времени оптимального управления линейной системой с запаздыващим управлением // Сиб. Журн. Вычисл. Математики / РАН. Сиб. отд. – Новосибирск, 2014. – Т. 17, №1. с. 17-30.
10. Геворкян Э.А. Дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом. Московский государственный университет экономики, статистики и информатики.- Москва: Наука, 2004. - 79 с.
11. Короткий Д.А. Решение задачи оптимального управления для системы с запаздыванием // Вестник Удмуртская ун-та., Матем. методы мех. комп. науки, 2008. выпуск 2, с. 61-62.
12. Купцов М. И., Минаев В. А., Фаддеев А. О., Яблочников С. Л. Об устойчивости интегрального многообразия системы обыкновенных дифференциальных уравнений в критическом случае // Итоги науки и техн. Сер. Соврем. мат. и ее прил. Темат. обз., 2019, Том 168, с. 61-70.
13. Курбаншоев С. З., Нусайриев М. А. Построение оптимальных интегральных многообразий для нелинейных дифференциальных уравнений // Докл. АН Респ. Таджикистан. - 2014. - 57, № 11–12. с. 807–812.
14. Otakulov S., Kholiyarova F. The optimal control problem of an ensemble of trajectories of differential inclusion with delay under terminal constraints // 45th Annual Meeting of the AMASES. Reggio Calabria, September 13-18, 2021. / Parallel session “Optimal Control and Dynamics”. Book of abstracts. pp. 17-19.
15. Плеханов М.В., Байбулатова Г.Д. Задачи оптимального управления для одного класса вырожденных эволюционных уравнений с запаздыванием // Челябинский физико-математический журнал. - 2018. Т.3., вып. 3., с. 319-331.
16. Рустамбекова У.Р. Синтез оптимального управления систем с запаздыванием // “Вестник” Таджикского национального университета, №2. Душанбе, 2019., – с. 108-114.
17. Сайидов О.Ж. Синтез оптимального управления для системы нелинейных разностных уравнений. - Киев, 1990. - 13 с. - Деп. в УкрНИИНТИ 22.11.90, №1872 – Ук 90.

SAMARQAND UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTNOMASI

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК **SCIENTIFIC REPORTS**

Texnik muharrir **Sh.Xoliqulov**

Muharrirlar:

I.Sulaymonov - fil.f.d., dotsent
E.Arziqulov - f.-m.f.d., dotsent
O.Yusupova - fil.f.n., dotsent

Mas'ul muharrirlar:

A. Sh. Yarmuxamedov - f.-m.f.n.
X. S. Haydarov - f.-m.f.n., dotsent

Muassis: Samarqand davlat universiteti Manzil: 140104,
Samarqand shahri, Universitet xiyoboni, 15.
Telefon: (0 366) 240-38-47, Faks: (0 366) 239-13-87 e-mail:
axborotnoma.uz
SamDU «Ilmiy axborotnoma» jurnali tahririyati kompyuterida terildi. Bosishga 30.06.2023-yilda ruxsat etildi. Qog'oz o'lchami A-4. Nashriyot hisob tabog'i 10,00.
Buyurtma raqami 570. Adadi 30 nusxa.

ISSN 2181-1296

