ISNN:2181-1296



SHAROF RASHIDOV NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

САМАРКАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ШАРОФА РАШИДОВА

SAMARKAND STATE UNIVERSITY NAMED AFTER SHAROF RASHIDOV

ILMIY AXBOROTNOMA

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК SCIENTIFIC JOURNAL

ANIQ VA TABIIY FANLAR SERIYASI

Matematika, Mexanika, Informatika
Fizika, Kimyo, Biologiya, Geografiya

№ 3/1 (139)
2023

ISSN 2181-1296

ILMIY AXBOROTNOMA

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК — SCIENTIFIC JOURNAL

2023-yil, 3-son 1-seriya (139) **ANIQ VA TABIY FANLAR SERIYASI**

Matematika, Mexanika, Informatika, Fizika, Kimyo, Biologiya, Geografiya

Samarqand viloyat matbuot boshqarmasida ro‘yxatdan o‘tish tartibi 09-25.
Jurnal 1999-yildan chop qilina boshlagan va OAK ro‘yxatiga kiritilgan.

BOSH MUHARRIR **R. I. XALMURADOV, t.f.d., professor**
BOSH MUHARRIR O‘RINBOSARLARI: **H.A. XUSHVAQTOV, f-m.f.d., dotsent**
A. M. NASIMOV, t.f.d., professor

TAHRIRIYAT KENGASHI:

ANIQ FANLAR

SH.A.ALIMOV	- O‘zFA akademigi
S.N.LAKAYEV	- O‘zFA akademigi (SamDU)
M.M.MIRSAIDOV	- O‘zFA akademigi
A.S.SOLEEV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)
I.A.IKROMOV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)
B.X.XO‘JAYAROV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)
A.G.YAGOLA	- f.-m.f .d., professor (Moskva davlat universiteti, Rossiya)
I.I.JUMANOV	- f.-m.f .d., professor (SamDU)
X.X.XUDOYNAZAROV	- t.f.d., professor (SamDU)
ALBERTO DEL BIMBO	- Florensiya universiteti professori, Italiya
L.SABIROV	- f.-m.f .d., professor (SamDU)
A.JUMABOYEV	- f.-m.f .d., professor (SamDU)
N.N.NIZAMOV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)
O.Q.QUVONDIQOV	- f.-m.f.d., professor (SamDU)
I.A.RAXMATULLAYEV	- f.-m.f .d., professor
A.SH.YARMUXAMEDOV	- f.-m.f.n., (SamDU)
X.S.XAYDAROV	- f.-m.f.n., dotsent (SamDU)

TABIY FANLAR

M.X.ASHUROV	- O‘zFA akademigi
N.B. FERAPONTOV	- k.f .d., professor (Moskva davlat universiteti, Rossiya)
SH. M. TUGIZOV	- professor, Koliforniya universiteti, AQSh
H. I. AKBAROV	- k.f.d., professor (O'zMU)
E. A. ABDURAXMONOV	- k.f.d., professor (SamDU)
N. K. MUXAMADIYEV	- k.f.d., professor (SamDU)
L. A. BULAVIN	- Kiyev milliy universiteti professori, Ukraina
X. Q. XAYDAROV	- b.f.d., professor (SamDU)
Z. I. IZZATULLAYEV	- b.f.d., professor (SamDU)
Sh. T. XOLIQULOV	- q-x.f.d., professor (SamDU)
S. B. ABBASOV	- g.f.d., professor (SamDU)
Q. S. YARASHEV	- g.f.d., professor (SamDU)
GUN-SIK PARK	- Seul univeriteti professori,
D.B.XURSANOV	- g.f.f.d., dotsent (SamDU)
M. S. QUZIYEV	- b.f.f.d., dotsent (SamDU)

Obuna indeksi – yakka tartibdagi obunachilar uchun **- 5583,**
tashkilot, korxonalar uchun **- 5584**

MUNDARIJA	
Taniqli fan va davlat arbobi, O'zr FA polimerlar kimyosi va fizikasi instituti direktori, akademik Sayyora Rashidova 80 yoshda.....	3-4
Badalov K., Ibadov R., Ibragimov A., Murodov S. *Wormhole and black hole solutions in einstein-scalar-gauss-bonnet theories.....*	5-9
Toshpulatov D.T., Kurbonov A.M., Samiyev A.A., Xursandov J.M., Mirzayev Sh.E., Tashpulatov X.Sh., Nasimov A.M. *Zol-gel qatlamga Co(II) komplekslarini biriktirish va uning fotokimyoviy xossalarini o'rganish…….*	10-15
Rustamova N., Davranov K., Abulimiti Yili. *Optimization of culture condition for growth and production of bioactive secondary metabolites by endophytic fungus Thermothelomyces thermophiles* XJF-9……..…….	16-22
Xamidov A.M., Maxmudova Y.A., Nurullayeva F.N., Ro'zimuradov O.N. *TiO_2 yoki ZrO_2 Nanotrubkalarida poliefir-efir-keton sulfonat asosida namlikka sezgir nanokompozit qattiq ion o'tkazgichlar sintezi……..*	23-28
Abdullayev J.I., Ibragimov H.H. *Pifagor va Eyler g'ishtlari uchun parametrik tenglamalar……..*	29-34
Shukurov J.X., Fayzullayev N.I. *Mahalliy xomashyolar asosida dimetilefir olishga turli omillarning ta'siri……..……*	35-41
Nurutdinova F.M., Rasulova Y.Z., Jahonqulova Z.V. *Apis mellifera jonsiz asalaridan sintez qilingan xitin-xitozan fizik-kimyoviy tadqiqotlari ……*	42-46
Аллаков И., Музропова Н.С. *О количество решений одной квадратной уравнение в простых числах……..…….*	47-51
Jumabaev A., Absanov A., Ernazarov Z., Shodiyev A., Umarov S. *Raman spectra and ab-initio calculation analysis of intermolecular interactions in ethylacetate…..*	52-57
Яхшиликова Л., Ўрозов Т., Маматов А., Ўринов Ж., Кобилов Т. *Синтез новых производных макроциклических и пинцерных лигандов, содержащих тауриновые фрагменты……*	58-62
Parmanov A.B., Nurmanov S.E., Tursunov Sh.Sh., Bekboyeva N.U., Xolmuhammedov N.D. *Benzoy kislotaning fenilatsetilen bilan katalitik reaksiyasi……*	63-67
Sultanov M.U., Yo'ldashev S.K., Yakhshiboyev Q.X. *Yuqori energiyali adron-yadro va yadro-yadro to'qnashuvlar uchun fritiof modeli……..…….*	68-74
Сайидов О.Ж. *Оптимальное управление для системы нелинейных разностных уравнений на основе построения интегрального многообразия ……..…….*	75-81
Нормуродов Х.Н. *Задача коши для нелинейного уравнения типа синус-гордона в классе периодических бесконечнозонных функций……..……*	82-91
Кувандиков О., Субханкулов И., Ражабов Р.М., Хомитов Ш.А., Бакаев Г.С. *Электрические, гальваномагнитные и магнитные свойств в аморфных сплавах на основе переходных металлов ……..……*	92-98
Ахмеджанов Ф. Р., Тугалов Ф. Б. *Температурная зависимость скорости и затухания акустических волн в гамма облученных кристаллах фторида лития……..……*	99-103
Алланазарова Т. Ж. *Интегрирование модифицированного уравнения кортевега-де фриза с нагруженными членами и источником в виде суммы……..……*	104-112
Зиёев Б.Т., Набиев А.А., Маматалиев А.А., Намазов Ш.С., Рузиев И.Х., *Физико-химические свойства некоторых минералов доломита Узбекистана……*	113-117

Ergashev S.Sh., Burxonov O.A., Karimov R.G., Sanaqulov Sh.M. *Tres-1 b va qatar-1 b ekzosayyoralarning ravshanlik egri chizig'i tahlili natijalari…….*	118-122
G'aniyev Sh.R., Shirinboyev D.N. *O'rta zarafshon havzasidagi kichik daryolar va soylar oqimining yillararo tebranishi ……..……*	123-127
Холмуродова Д.К., Киямова Д.Ш. *Исследование структуры, физико-химических свойств выбранных органических и неорганических ингредиентов на основе местного и вторичного сырья, применительно к разработке угольных брикетов……..…….*	128-132
Tirkasheva S.I., Ziyadullayev O.E., Otamuxamedova G.Q., Muzalevskiy V.M., Nenaydenko V.G. *Terminal atsetilen spirtlarining oksidlanishi asosida diindiollar sintezi ……..*	133-140
Isokov Y.X., Yaxyoyev U.A., Mixliyev O.A., Zyoyev B.T. *Faollantirilgan ko'mirga monokomponentli eritmalar sorbsiyasi ……..……*	141-146
Иноятилло О. *Измерение загрязнения воздуха с помощью наноспутника……..……*	147-151
Абдулахадова Г.Ш., Зухритдинова Н.Ю., Кутлиева Г.Дж., Тураева Б.И., Юлдошева Х.А. *Антимикробная активность молочнокислых бактерий……*	152-156

UDK: 511.12 **DOI: https://doi.org/10.59251/2181-1296.2023.v4.139.1.2070**

PIFAGOR VA EYLER G‘ISHTLARI UCHUN PARAMETRIK TENGLAMALAR

J.I. Abdullayev[1], H.H. Ibragimov[2]
[1] *Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti,*
[2] *Denov tadbirkorlik va pedagogika instituti*
E-mail: jabdullaev@mail.ru

Annotatsiya. Bu ishda bir Pifagor juftligi yordamida boshqa Pifagor juftliklarini qurish usuli bayon qilingan. Cheksiz ko‘p yaratuvchi Pifagor juftliklarini qurish jarayoni keltirilgan. Pifagor jufti yordamida Pifagor uchligini beruvchi parametrik tenglama keltirilgan. Berilgan Pifagor juftidan foydalanib Eyler uchligini beruvchi qo‘shimcha erkin o‘zgaruvchili parametrik tenglama olingan.

Kalit so‘zlar: pifagor sonlari, Pifagor jufti, Pifagor uchligi, yaratuvchi Pifagor juftligi, Pifagor taxtasi, Pifagor g‘ishti, Eyler uchligi, Eyler g‘ishti.

Параметрические уравнения для пифагоровских и эйлеровых кирпичей

Аннотация. В этой работе описывается метод построения других пифагорейских пар с использованием одной пифагорейской пары. Представлен процесс построения бесконечного числа порождающих пифагоровых пар. Используя пару Пифагора, получено параметрическое уравнение для тройки Пифагора. По заданной паре Пифагора получено параметрическое уравнение с дополнительной свободной переменной для тройки Эйлера.

Ключевые слова: числа Пифагора, пара Пифагора, тройка Пифагора, порождающая пара Пифагора, доска Пифагора, кирпич Пифагора, тройка Эйлера, кирпич Эйлера.

Parametric equations for pythagorean and euler bricks

Abstract. This paper describes a method for constructing other Pythagorean pairs using a single Pythagorean pair. The process of constructing an infinite number of generating Pythagorean pairs is presented. Using the pair of Pythagoras, a parametric equation for the Pythagorean triple is obtained. For a given pair of Pythagoras, a parametric equation with an additional free variable for the Euler triple is obtained.

Keywords: pythagorean numbers, Pythagorean pair, Pythagorean triple, Pythagorean generating pair, Pythagorean board, Pythagorean brick, Euler triple, Euler brick.

Respublikamizda 2023-yilni “Insonga e’tibor va sifatli ta’lim” yili deb e’lon qilinganligi bejiz emas, chunki hozirgi davrda maktablarda ta’lim sifatini oshirish hamda o‘qitishning innovatsion texnologiyalaridan foydalanish dolzarb masalalardan hisoblanadi. Shu sababdan matematikadan o‘quvchilarga chuqur bilim berish, ularning kognitiv faoliyatini rivojlantirish va matematik fikrlash usullariga o‘rgatish muhim ahamiyat kasb etadi. Bunda matematikadan sinfdan tashqari mashg‘ulotlarda natural va butun sonlar hamda ular bilan bog‘liq qiziqarli, o‘quvchilar bilim saviyalariga mos keladigan tushunchalar va masalalar bilan o‘quvchilarni tanishtirish va bu borada tadqiqotchilik ko‘nikmalarni shakllantirish maqsadga muvofiq. Ushbu maqolada iqtidorli bolalar bilan to‘garaklarda sonlar nazariyasida Pifagor va Eyler g‘ishtlariga doir nazariy ma’lumotlar va ularning qo‘llanilishi misollarining o‘rganilishi va tahlil qilinishi bayon qilingan [1].

Qadimda matematikaga doir manbaalarda $3, 4; 5$ Pifagor sonlari ma’lum bo‘lib, ular yordamida to‘g‘ri burchaklarni yasashgan.

Vitruviy bu juftlikni matematikaning oliy yutug‘i deb, Platon esa birdamlik ramzi sifatida talqin qilgan. Me’morchilikda qadimgi Messopotamiya qabr toshlarida ikkita 9, 12 va 15 o‘lchamli uchburchaklardan tuzilgan teng yonli uchburchak uchraydi. Firavn Snofru piramidalari 20, 21 va 29 hamda 18, 24 va 30 o‘lchamli uchburchaklardan foydalanib qurilgan.

Shu bilan birga yaqin o‘tmishda ham Pifagor sonlari, Pifagor taxtasi, Pifagor g‘ishti, Eyler g‘ishti kabi tushunchalar bilan ko‘plab matematiklar shug‘ullanishgan [2]. Biz Pifagor juftligi,

Pifagor taxtasi, Pifagor g‘ishti, Eyler uchligi, Eyler g‘ishti, Pifagor juftliklari sinfi hamda bu sinfni yaratuvchilari kabi tushunchalar bilan ishlaymiz. Bu yerda biz Pifagor juftliklari sinfi yaratuvchisi yordamida boshqa sinf yaratuvchisini qurish usulini ham bayon qilamiz.

Pifagor sonlari haqida juda ko‘p ma’lumotlar bo‘lsada, bu sonlarni o‘rganish jarayonida yangi va qiziqarli ma’lumotlarga duch kelaveramiz [3-11]. Bu sonlar haqida ko‘pchilik yaxshi tushunchaga ega va ulardan kundalik hayotda ko‘p foydalanamiz.

1-ta’rif. *Agar butun nolmas a va b sonlari uchun shunday c butun soni mavjud bo‘lib, $a^2+b^2=c^2$ tenglik o‘rinli bo‘lsa, (a,b) juftlikka Pifagor juftligi deyiladi. Bu holda tomonlari a va b bo‘lgan to‘g‘ri burchakli to‘rtburchak Pifagor taxtasi deyiladi.*

2-ta’rif. *Xuddi shunday a,b va c butun nolmas sonlari uchun shunday butun d soni mavjud bo‘lib, $a^2+b^2+c^2=d^2$ tenglik o‘rinli bo‘lsa, (a,b,c) ga Pifagor uchligi deyiladi. Bu holda qirralari a,b va c bo‘lgan to‘g‘ri burchakli parallelepiped Pifagor g‘ishti deyiladi* [2], [3], [4].

Yuzasi eng kichik bo‘lgan Pifagor taxtasiga mos Pifagor jufti $-$ bu $(3,4)$ dir. Hajmi eng kichik bo‘lgan Pifagor g‘ishtiga $(2,1,2)$ Pifagor uchligi mos keladi. Pifagor juftligi (a,b) ning a va b sonlari Pifagor taxtasining tomonlari bo‘lganligi uchun ularni Pifagor taxtasining tomonlari yoki katetlar deb, c ni esa gipotenuza deb ham atashadi.

Agar (a,b) Pifagor juftligi bo‘lsa, u holda (b,a) ham Pifagor juftligi bo‘ladi. Agar Pifagor taxtasining diagonali c ni ko‘rsatishga zarurat tug‘ilsa (a,b) juftlikni $(a,b)(c)$ ko‘rinishda yozamiz. Bundan tashqari, agar (a,b) Pifagor juftligi bo‘lsa, u holda ixtiyoriy $n\in\mathbb{N}$ uchun (na,nb) ham Pifagor juftligi bo‘ladi. Xuddi shunga o‘xshash tasdiq Pifagor uchligi uchun ham o‘rinli.

3-ta’rif. *Agar (a,b) va (a_1,b_1) Pifagor juftliklari uchun shunday $n\in\mathbb{N}$ mavjud bo‘lib, $a_1=na$, $b_1=nb$ tengliklar o‘rinli bo‘lsa, u holda (a,b) va (a_1,b_1) Pifagor juftliklari bir sinfga qarashli deyiladi.*

4-ta’rif. *Agar ξ sinfga qarashli (a,b) Pifagor juftligining a va b katetlari o‘zaro tub bo‘lsa, (a,b) Pifagor juftligiga shu sinfning yaratuvchisi deyiladi.*

Masalan, $(3,\ 4)$ Pifagor juftligi ξ:

$$\xi=\{(3,4)(5),(6,8)(10),(9,12)(15),\dots,(3n,4n)(5n),\dots\} \quad (1)$$

Sinfning, $(5,\ 12)$ Pifagor juftligi esa ζ:

$$\zeta=\{(5,12)(13),(10,24)(26),(15,36)(39),\dots,(5n,12n)(13n),\dots\}$$

sinfning yaratuvchisi bo‘ladi.

Ma’lumki, istalgan noldan farqli har xil $n,m\in\mathbb{Z}$, sonlari yordamida hosil qilingan

$$a=n^2-m^2,\qquad b=2nm,\qquad c=n^2+n^2 \quad (2)$$

$(a,b)(c)$ juftlik Pifagor juftligini tashkil qiladi.

Endi bir Pifagor juftligi berilgan bo‘lsa, uning yordamida yangi Pifagor juftligini hosil qilish usulini bayon qilamiz.

1-teorema. *Bizga $(a,b)(c)$ Pifagor juftligi berilgan bo‘lsin. U holda quyidagi*

$$a_1=2a+b+2c,\qquad b_1=a+2b+2c,\qquad c_1=2a+2b+3c \quad (3)$$

tengliklar yordamida aniqlangan $(a_1,b_1)(c_1)$ juftlik Pifagor juftligi bo‘ladi.

Bu teoremaning isboti $a_1^2+b_1^2=c_1^2$ tenglikni tekshirish bilan amalga oshiriladi.

Bu teoremani $(a_1,b_1)(c_1)$ juftlikka qo‘llab, yangi $(a_2,b_2)(c_2)$ Pifagor juftligini hosil qilamiz. Shunday qilib, bir Pifagor juftligi berilsa, uning yordamida cheksiz ko‘p Pifagor juftliklarini hosil qilish mumkin.

Faraz qilaylik, $(a,b)(c)$ Pifagor juftligidan, 1-teoremani qo‘llab yangi $(a_1,b_1)(\ c_1)$ Pifagor juftligini hosil qilgan bo‘laylik. 1-teoremadagi (3) formuladan ko‘rinadiki Pifagor juftligining katetlari orasidagi farq saqlanadi, ya’ni $b-a=b_1-a_1$ tenglik o‘rinli. $(3,4)(5)$ Pifagor juftligi (1) bilan aniqlangan ξ sinfning yaratuvchisi va $b-a=1$ tenglik o‘rinli. Shunday ekan biz quyidagi natijaga kelamiz.

1-natija. $(3,4)$ *Pifagor juftligidan (3) formula yordamida hosil qilingan*

$$(20,21),\ (119,120),\ (696,697),\ldots$$

Pifagor juftliklarining barchasi biror sinfning yaratuvchi Pifagor juftligi bo‘ladi.

$(5,12)(13)$ va $(8,15)(17)$ Pifagor juftliklaridan (3) formula yordamida hosil qilingan

$$(48,55)(73),\quad (297,304)(425),\quad (1748,1755)(2477)\ldots.$$
$$(65,72)(97),\quad (396,403)(565),\quad (2325,2332)(3293)\ldots.$$

Pifagor juftliklari ham biror sinfning yaratuvchi Pifagor juftliklari bo‘ladi.

2-teorema. *Bizga* $(a,b)(c)$ *Pifagor taxtasi (juftligi) berilgan bo‘lsin. U holda quyidagi*

$$a_1 = c + a,\qquad b_1 = c + b,\qquad c_1 = a + b + c,\qquad d_1 = 2c + a + b, \tag{4}$$

tengliklar yordamida aniqlangan (a_1, b_1, c_1) *uchlik Pifagor g‘ishtining qirralari* d_1 *esa uning diagonali bo‘ladi .*

1-misol. $(3,4)(5)$ Pifagor taxtasidan 3-teorema yordamida hosil qilinadigan Pifagor g‘ishtining qirralari va diagonalini toping.

Yechish. (4) formulada $a = 3, b = 4, c = 5$ deb quyidagilarni olamiz.

$$a_1 = 8,\qquad b_1 = 9,\qquad c_1 = 12,\qquad d_1 = 17.$$

Quyida biz 3-teorema yordamida hosil qilingan Pifagor taxtalariga mos Pifagor g‘ishtlarining dastlabki 5 tasini keltiramiz:

Pifagor juftligi	Pifagor uchligi
$(3,4)(5)$	$(8,9,12)(17)$
$(5,12)(13)$	$(18,25,30)(43)$
$(7,24)(25)$	$(32,49,56)(81)$
$(8,15)(17)$	$(25,32,40)(57)$
$(9,40)(41)$	$(50,81,90)(131)$

Quyidagicha savol qo‘yamiz. Agar Pifagor juftligining a va b katetlari o‘zaro tub bo‘lsa, u holda Pifagor sonlari a, b, c lardan hech bo‘lmaganda biri albatta tub son bo‘ladimi? Quyidagi teorema ko‘rsatadiki, bu tasdiq umuman olganda noto‘g‘ri.

3-teorema. *Agar* $(a,b)(c)$ *Pifagor juftligi bo‘lsa, u holda ixtiyoriy* r *butun son uchun*

$$a_1 = a[(br)^2 - c^2],\qquad b_1 = b[(br)^2 - c^2(2r-1)], \tag{5}$$

nolmas sonlar Pifagor juftligi bo‘ladi. Bunda $c_1 = c[c^2 + (r^2 - 2r)b^2]$ *Pifagor taxtasining diagonali bo‘ladi.*

Shuni ta’kidlaymizki, agar (a,b) Pifagor juftligidagi b katet juft son bo‘lsa, u holda r parametrni $\frac{1}{2}$ ga karrali qilib tanlanganda ham $a_1, b_1;\ c_1$ sonlari butun sonlar bo‘ladi. Shunday ekan (a_1, b_1) juftlik Pifagor juftligi bo‘ladi. Buni biz quyidagi misolda ko‘rsatib beramiz.

2-misol. $a = 3,\ b = 4,\ c = 5$ Pifagor juftligini olamiz va $r = \frac{1}{2}$, hamda $r = \frac{3}{2}$ bo‘lgan hollarda 3-teoremadagi $a_1, b_1;\ c_1$ Pifagor sonlarini topamiz.

$r = \frac{1}{2}$ deb (5) formula yordamida $a_1, b_1;\ c_1$ Pifagor juftliklarini hisoblaymiz:

$$a_1 = 3 \cdot [(4 \cdot 0{,}5)^2 - 25] = 3 \cdot 21 = 63,$$
$$b_1 = 4 \cdot [2^2 - 25 \cdot 0] = 4 \cdot 4 = 16,$$
$$c_1 = 5 \cdot [25 - 12] = 5 \cdot 13 = 65.$$

Oddiy hisoblashlar ko‘rsatadiki $63^2 + 16^2 = 65^2$ tenglik o‘rinli. Bu yerda $63, 16$ va 65 sonlarining barchasi murakkab sonlar, $a = 63$ va $b = 16$ sonlari o‘zaro tub sonlar. Shunday ekan $(63, 16)$ Pifagor juftligi yaratuvchi juftlik bo‘ladi. Bu yuqorida qo‘yilgan savolga javob bo‘ladi.

Endi $a = 3,\ b = 4,\ c = 5$ va $r = \frac{3}{2}$ desak, quyidagilarga ega bo‘lamiz.

$$a_1 = 3 \cdot 11 = 33,\qquad b_1 = 4 \cdot 14 = 56,\qquad c_1 = 5 \cdot 13 = 65.$$

Ma’lumki, $(33, 56)$ juftlik Pifagor juftligi bo‘ladi. Bu

juftlik ham yaratuvchi Pifagor juftligidir. Shunday bo‘lsada uning tashkil etuvchilari a, b va c sonlari murakkab sonlardir. Tashkil etuvchilari murakkab sonlar bo‘lgan yaratuvchi Pifagor juftliklarini ko‘plab ko‘rsatish mumkin. Masalan, $(33, 544)$.

3-teoremadan quyidagi natija kelib chiqadi.

2-natija. *Agar* $(a_1,\ b_1)(c_1)$ *Pifagor juftligi bo‘lsa, u holda ixtiyoriy* p *butun son uchun*

$$a_2 = a_1((b_1p)^2 - c_1^2), \qquad b_2 = b_1((b_1p)^2 - c_1^2(2p-1))$$

sonlar Pifagor juftligi bo‘ladi. Bu holda Pifagor taxtasining diagonali $c_2 = c_1(c_1^2 + (p^2 - 2p)b_1^2)$ *ga teng bo‘ladi.*

Endi ikkita erkin parametrga bog‘liq bo‘lgan Pifagor juftliklarini hosil qiluvchi tasdiqni keltiramiz.

4-teorema. *Agar* $(a, b)(c)$ *Pifagor juftligi bo‘lsa, u holda* $\frac{p}{q} \neq \frac{c}{b}$ *shartni qanoatlantiruvchi barcha nolmas* p *va* q *butun sonlari uchun*

$$a_1 = a[(b^2\ \ cp^2 - c^3q^2], \qquad b_1 = b[2ac^2pq]$$

sonlar Pifagor juftligi, $c_1 = c[ab^2\ \ p^2 + ac^2q^2]$ *esa Pifagor taxtasining diagonali bo‘ladi.*

Endi Eyler g‘ishtlari haqidagi mulohazalarni bayon qilamiz.

5-ta’rif. *Agar butun nolmas* e, l, r *sonlari uchun*

$$e^2 + l^2 = d_{el}^2, \qquad l^2 + r^2 = d_{lr}^2, \qquad r^2 + e^2 = d_{re}^2,$$

tengliklar o‘rinli bo‘lib, d_{el}, d_{lr}, d_{re} *sonlari ham butun bo‘lsa, u holda qirralari* e, l, r *bo‘lgan to‘g‘ri parallelepiped Eyler g‘ishti,* (e, l, r) *uchlikka Eyler uchligi deyiladi* [2].

Masalan, hajmi minimal bo‘lgan Eyler g‘ishtining qirralari $44, 117, 240$, bo‘lib quyidagi tengliklar o‘rinli bo‘ladi.

$44^2 + 117^2 = 125^2, \qquad 117^2 + 240^2 = 276^2, \qquad 240^2 + 44^2 = 244^2.$

Quyida Eylerning o‘zi tomonidan keltirilgan Eyler uchliklarini qurishning bitta parametrik tenglamasini keltiramiz [6] (5 teoremaga qarang).

5-teorema. *Agar* $(a, b)(c)$ *Pifagor juftligi bo‘lsa, u holda*

$$x = a(4b^2 - c^2), \qquad y = b(4a^2 - c^2), \qquad z = 4abc \qquad (5)$$

sonlar biror Eyler g‘ishtining qirralari, ya’ni (x, y, z) *lar Eyler uchligi bo‘ladi.*

Shuni ta’kidlaymizki $(a, b)(c)$ Pifagor juftligi bo‘lsa, u holda

$$x_1 = 4\ \ c^2(2a^2 - 2b^2 + 3ab),\ y_1 = ab(-12a^2 + 12b^2 + 7ab), \qquad z_1 = 2\ \ bc(8a^2 - 3b^2 + 2ab) \qquad (6)$$

sonlari ham Eyler uchligi bo‘ladi.

3-misol. (5) formuladan foydalanib $(3, 4)(5)$ Pifagor juftligiga mos Eyler uchligini toping.

Yechish. (5) formulada $a = 3,\ b = 4,\ c = 5$ deyilsa, u holda

$$x = 3(64 - 25) = 3 \cdot 39 = 117,$$

$$y = 4(4 \cdot 9 - 5^2) = 4(36 - 25) = 44,$$

$$z = 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 12 \cdot 20 = 240$$

tengliklarga ega bo‘lamiz. Bu $(117, 44, 240)$ uchlik hajmi minimal bo‘lgan Eyler g‘ishtiga mos Eyler uchligidir.

Quyida (5) formula yordamida hosil qilingan Pifagor juftliklariga mos Eyler uchliklari keltirilgan:

Pifagor juftliklari	Mos Eyler uchliklari
$(5, 12)(13)$	$(2035, -828, 3120)$
$(15, 8)(17)$	$(-495, 4888, 8160)$
$(7, 24)(25)$	$(11753, -10296, 16800)$
$(20, 21)(29)$	$(15939, 48460, 48720)$
$(9, 40)(41)$	$(42471, -54280, 59040)$

Eyler uchliklarida masalan, $(2035, -828, 3120)$ da manfiy sonlar uchrayapti. Agar biz bu uchlikni Eyler g‘ishtining qirralari desak, bu uchlikni $(2035, 828, 3120)$ deb tushunamiz.

Ma’lumki, (a, b) va (b, a) Pifagor juftliklaridan (5) formula yordamida Eyler uchliklarini hosil qilsak, ular ayni bitta Eyler uchligini beradi. Agar biz (a, b) va (b, a) Pifagor juftliklaridan (6) formula yordamida Eyler uchliklarini hosil qilsak, ular boshqa-boshqa Eyler g‘ishtlari bo‘lishi mumkin. Biz buni quyidagi misolda ko‘rsatib beramiz.

4-misol. (6) formuladan foydalanib $(5, 12)(13)$ va $(12, 5)(13)$ Pifagor juftliklariga mos Eyler uchliklarini quring.

Yechish. (6) formulada $a = 5,\quad b = 12,\quad c = 13$ deyilsa, u holda $x = -39208,$ $y = 110880,$
$z = -34944$ bo‘ladi. Bu sonlarni 8 umumiy bo‘luvchisiga bo‘lib

$$x_1 = -4901,\quad y_1 = 13860,\quad z_1 = -4368.$$

Eyler uchligini hosil qilamiz. (6) formulada $a = 12,\ b = 5,\ c = 13$ deb, quyidagi Eyler uchligini hosil qilamiz.

$$x_2 = 141284,\quad y_2 = -30240,\quad z_2 = 77805.$$

Bu (x_1, y_1, z_1) va (x_2, y_2, z_2) Eyler uchliklari har xil Eyler g‘ishtlarini hosil qiladi.

6-teorema. *Agar* $(a, b)(c)$ *Pifagor juftligi bo‘lsa, u holda ixtiyoriy* $r \in \mathbb{Z}$ *uchun*

$$\begin{aligned} x &= a[(br)^2 - c^2] \cdot \{(2b[(br)^2 - c^2(2r-1)])^2 - (c[c^2 + (r^2 - 2r)b^2])^2\},\\ y &= b[(br)^2 - c^2(2r-1)] \cdot \{(2a[(br)^2 - c^2])^2 - (c[c^2 + (r^2 - 2r)b^2])^2\},\\ z &= 4abc[(br)^2 - c^2] \cdot [(br)^2 - c^2(2r-1)] \cdot [c^2 + (r^2 - 2r)b^2] \end{aligned} \qquad (7)$$

noldan farqli x, y, z *sonlari Eyler uchligi bo‘ladi.*

Teoremaning isboti quyidagi

$$x^2 + y^2 = d_{xy}^2$$
$$x^2 + z^2 = d_{xz}^2$$
$$y^2 + z^2 = d_{yz}^2$$

tengliklarni tekshirish orqali amalga oshiriladi.

Shuni ta’kidlaymizki, Eyler g‘ishtining yon yoqlarining diagonallari quyidagilar bo‘ladi:

$$d_{xy} = (c[c^2 + (r^2 - 2r)b^2])^3,$$
$$d_{xz} = a[(br)^2 - c^2] \cdot \{(2b[(br)^2 - c^2(2r-1)])^2 + (c[c^2 + (r^2 - 2r)b^2])^2\},$$
$$d_{yz} = (b[(br)^2 - c^2(2r-1)] \cdot \{(2a[(br)^2 - c^2])^2 + (c[c^2 + (r^2 - 2r)b^2])^2\}.$$

Eyler uchliklarini beruvchi (7) formulada $r \in \mathbb{Z}$ ga qiymatlar berib Eyler uchliklari beruvchi cheksiz ko‘p parametrik tenglamalarni hosil qilamiz.

5-misol. (7) parametrik tenglamada $r = 1$ ga mos keluvchi parametrik tenglamani toping.

Yechish. (7) formulada $r = 1$ deb, quyidagini hosil qilamiz.

$$\begin{aligned} x &= a[b^2 - c^2] \cdot \{(2b[b^2 - c^2])^2 - (c[c^2 - b^2])^2\},\\ y &= b[b^2 - c^2] \cdot \{(2a[b^2 - c^2])^2 - (c[c^2 - b^2])^2\},\\ z &= 4abc[b^2 - c^2] \cdot [b^2 - c^2] \cdot [c^2 - b^2]. \end{aligned}$$

Hosil qilingan x, y, z sonlarni ularning umumiy bo‘luvchisi $(b^2 - c^2)^3$ ga qisqartirib quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$x = a(4b^2 - c^2),\quad y = b(4a^2 - c^2),\quad z = 4abc.$$

Bu esa Eylerning birinchi parametrik tenglamasi (5) formula bilan ustma-ust tushadi.

6-misol. (7) parametrik tenglamada $r = 2$ va $a = 3,\ b = 4,\quad c = 5$ ga mos keluvchi Eyler g‘ishtining qirralarini toping.

Yechish. (7) formulada $r = 2$ deb, quyidagi parametrik tenglamani olamiz.

$$\begin{aligned} x &= a[4b^2 - c^2]\{(2b[4b^2 - 3c^2])^2 - c^6\},\\ y &= b[4b^2 - 3c^2]\{(2a[4b^2 - c^2])^2 - c^6\},\\ z &= 4abc^3[4b^2 - c^2] \cdot (4b^2 - 3c^2). \end{aligned}$$

Endi $a = 3,\ b = 4,\quad c = 5$ Pifagor juftliklariga mos Eyler g‘ishtining qirralarini hisoblaymiz.

$$x = 3 \cdot 39 \cdot \{(2 \cdot 4 \cdot 11)^2 - (125)^2\},$$

$$y = 4 \cdot 11 \cdot \{(2 \cdot 3 \cdot 39)^2 - (125)^2\},$$
$$z = 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 125 \cdot 39 \cdot 11,$$

bundan esa

$$x = 3 \cdot 39(88^2 - 125^2),$$
$$y = 4 \cdot 11(234^2 - 125^2),$$
$$z = 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 125 \cdot 39 \cdot 11.$$

Natijada

$$x = 922077, \qquad y = 1721764, \qquad z = 2574000$$

Eyler uchligini olamiz.

Tekshirish:

$$922077^2 + 1721764^2 = 1953125^2,$$
$$922077^2 + 2574000^2 = 2734173^2,$$
$$1721764^2 + 2574000^2 = 3096764^2,$$
$$850225993929 + 2964471271696 = 3814697265625,$$
$$850225993929 + 6625476000000 = 7475701993929,$$
$$2964471271696 + 6625476000000 = 9589947271696.$$

Qirralari (922077, 1721764, 2574000) bo‘lgan, Eyler g‘ishtining yon tomonining diagonallari bo‘lib $1953125, 2734173, 3096764$ sonlar xizmat qiladi.

Xulosa. Ma’lumki $(a, b)(c)$ Pifagor juftligi bo‘lsa u holda $(b, a)(c)$ ham Pifagor juftligi bo‘ladi. (e, l, r) Eyler g‘ishti bo‘lsa, u holda $(e, r, l), (l, e, r), (l, r, e), \ (r, e, l) \ (r, l, e)$ lar ham Eyler g‘ishti bo‘ladi. Biz ularni bitta Eyler g‘ishti deb hisoblaymiz.

Agar Eyler g‘ishti, Pifagor g‘ishti ham bo‘lsa bunday g‘ishtga *mukammal g‘isht* deyiladi.

Mukammal g‘ishtning mavjudlik masalasi hozirda ochiq muammo sifatida turibdi. Mualliflar tomonidan olingan 6-teorema shu ochiq muammoni yechishga qaratilgan bir ishlanmadir.

Agar 6-teoremada shunday $r \in Z$ mavjud bo‘lib biror butun d uchun

$$x^2 + y^2 + z^2 = d^2$$

tenglik bajarilsa, u holda x, y, z sonlari mukammal g‘ishtning qirralari bo‘ladi.

Ma’lumki [10] ish Pifagor uchliklariga bag‘ishlangan, [11] ishda esa mukammal g‘ishtning mavjudlik masalasi ikki parametrli butun koeffitsiyentli kubik tenglamani ratsional sonlar maydonida yechish masalasiga keltirilgan.

Adabiyotlar

1. O‘zbekiston Respublikasi prezidenti Sh.M. Mirziyoyevning Oliy Majlis va O‘zbekiston xalqiga murojaatnomasi. 20-dekabr 2022-yil.
2. A. A’zamov. Eyler g‘ishtlari. Fizika, matematika va informatika. 2012.№1, 52-56.
3. Abdullayev J.I., Ibragimov H. H. Pifagor taxtasi yordamida Pifagor g‘ishtlarini qurish. Ilmiy axborotnoma. Samarqand, 1-son (119), 2020. 15-21.
4. Abdullayev J.I., Ibragimov H. H. Pifagor va Eyler g‘ishtlari. Buxoro davlat universiteti Ilmiy axboroti. Buxoro, 2022/6(94). 10-15.
5. R. Spira. The diophantine equation. Amer.Math.Monthly.1962. T. 69. C. 360-365.
6. Иэн Стюарт. Величайшие математические задачи. М: Альпина нон-фикшн, 2016. 460 с.
7. А.В.Ворон. Способ получения эйлеровых параллелепипедов на основе значений котангенса пифагоровых троек «Академия Тринитаризма», М., публ. 25656, 17.08. 2019.
8. Richard K. Guy. Unsolved Problems in Number Theory. Springer, Berlin, 3 edition, 2004.
9. R. L. Rathbun. The rational cuboid table of Maurice Kraitchik. http://arxiv.org/abs/math.HO/0111229, 2001.
10. Buya, S. B. Simple algebraic proofs of Fermat's last theorem . Advances in Applied science research vol. 8 issue 3 , 60-64. 2017.
11. Sharipov, R. (2012, 6 August). On two elliptic curves associated with perfect cuboids. arXiv:1208.1227. math.NT.

SAMARQAND UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTNOMASI

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК **SCIENTIFIC REPORTS**

Texnik muharrir **Sh.Xoliqulov**

Muharrirlar:

I.Sulaymonov - fil.f.d., dotsent
E.Arziqulov - f.-m.f.d., dotsent
O.Yusupova - fil.f.n., dotsent

Mas'ul muharrirlar:

A. Sh. Yarmuxamedov - f.-m.f.n.
X. S. Haydarov - f.-m.f.n., dotsent

Muassis: Samarqand davlat universiteti Manzil: 140104,
Samarqand shahri, Universitet xiyoboni, 15.
Telefon: (0 366) 240-38-47, Faks: (0 366) 239-13-87 e-mail:
axborotnoma.uz
SamDU «Ilmiy axborotnoma» jurnali tahririyati kompyuterida terildi. Bosishga 30.06.2023-yilda ruxsat etildi. Qog'oz o'lchami A-4. Nashriyot hisob tabog'i 10,00.
Buyurtma raqami 570. Adadi 30 nusxa.

ISSN 2181-1296

